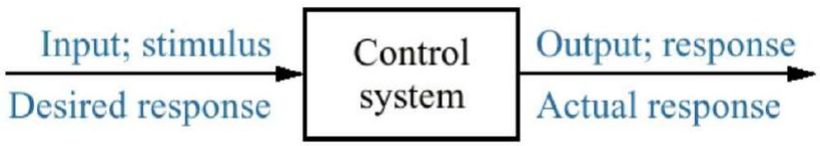
Automatisering

Analoge Regeltechniek:
inleiding en modelvorming

Wat is een regelsysteem

- In zijn eenvoudigste vorm geeft een regelsysteem een uitgangssignaal (responsie) voor een gegeven ingangssignaal (stimulus)

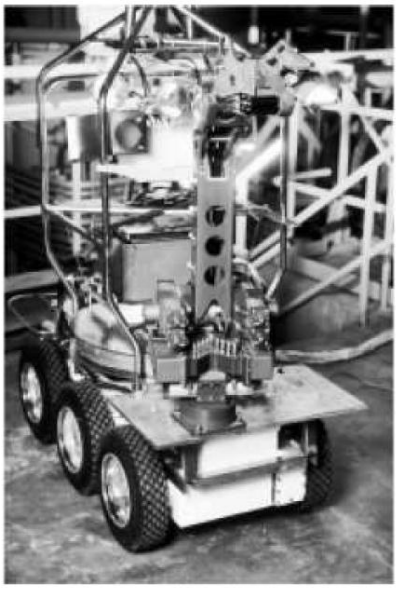


Waarom hebben we regelsystemen nodig

- vermogensversterking (vermogen sturing bv. van radarantenne)
- besturing vanop afstand (bv. telerobotische operaties, ontmijning robot)
- gemak van het ingangssignaal (bv. converteer positie van thermostaat naar kamer T)
- compenseren van verstoringen (bv. cruisecontrol en bv. bergop en/of wind)
- verbeter de snelheid van het systeem, nauwkeurigheid, herhaalbaarheid, …

Voorbeeld regelsystemen

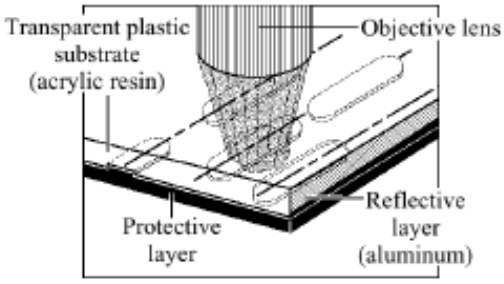
- Rover is gebouwd om te werken in gecontamineerde gebieden op Three Mile Island in Middleton, PA, waar een nucleair accident gebeurde in 1979.De op afstand geregelde arm van de robot zie je vooraan op het voertuig.



Voorbeeld regelsystemen

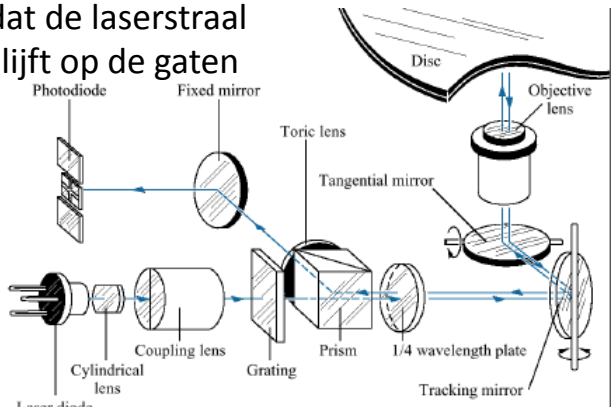
- Video laser disk speler
- Objectief leest gaten op een laser disk





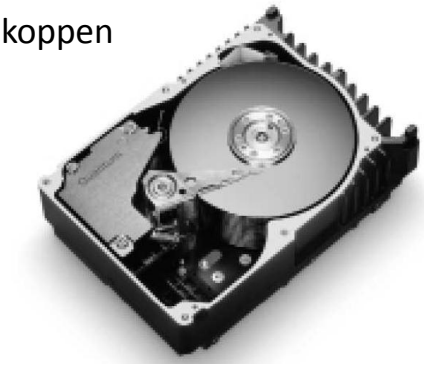
Voorbeeld regelsystemen

- Optisch pad voor het afspelen met “tracking” spiegel dewelke geroteerd wordt door een regelsysteem zodat de laserstraal gepositioneerd blijft op de gaten sporen.



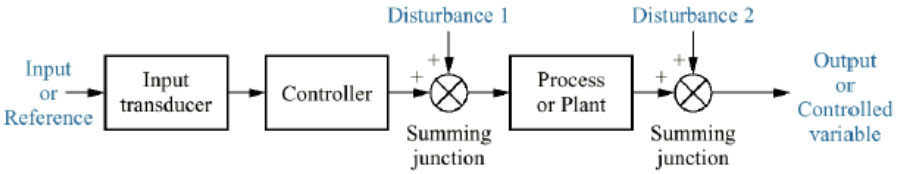
Voorbeeld regelsystemen

- Harde schijf met lees/schrijf koppen



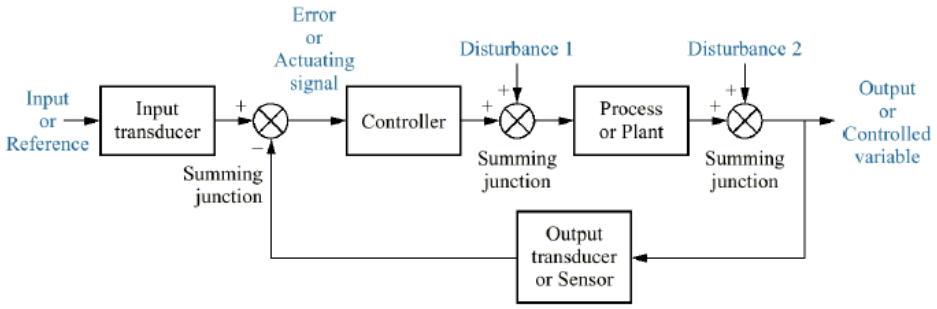
Systeem configuraties

- Open-lus systemen

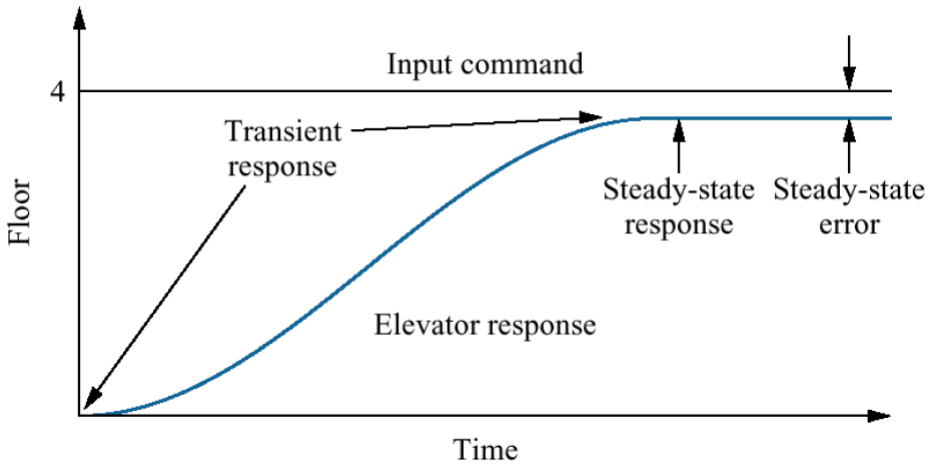


Systeem configuraties

- Gesloten-lus systemen



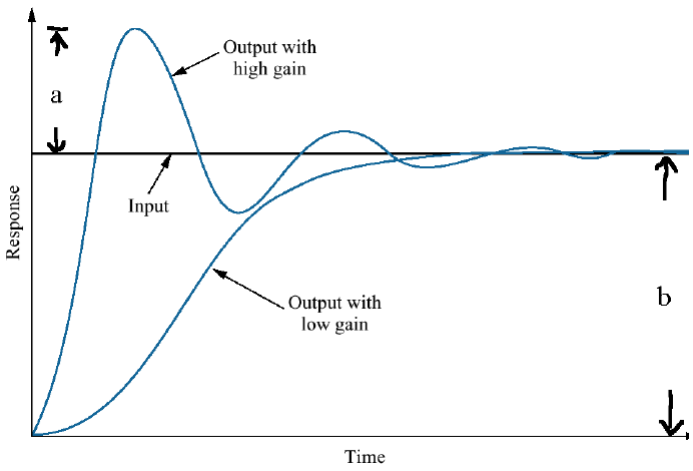
Transient responsie en eindtoestand (SSR, standfout)



Transient responsie afwijkingen

Stapresponsie van een positieregelsysteem met effect van hoge en lage regelaar versterking

%Overshoot (doorschot) $=\frac{a}{b} \times 100\%$

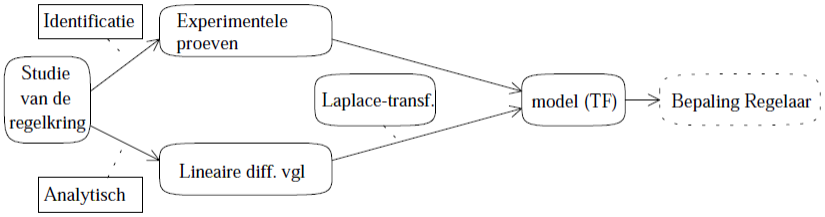


Regelobjectieven

- Stabilizeer het systeem
- Produceer de gewenste transient responsie
- Verminder/elimineer de standfout
- Maak het systeem robuust tegen storing en variaties in proces parameters
- Behaal optimale performantie

Hoe stellen we de regelkring in?

- Met behulp van een model van het systeem:
  - Analytisch meestal via differentiaalvglk + Laplace
  - Experimenteel via systeemidentificatie

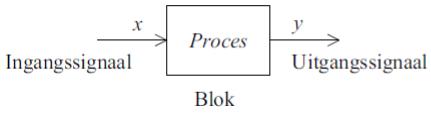


modelvorming (1)

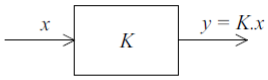
- Om een proces in te stellen hebben we een model van het te regelen proces nodig. Elk regelsysteem kan beschreven worden door een blokdiagram
- **Met het systeemmodel kan men**
  - systeemgedrag verklaren (tijd, frequentie)
  - probleem opdelen in deelproblemen (vereenvoudiging)
- **Hoe?**
  - systeemvergelijkingen opstellen-lineariseren (vereenvoudigen)
    - differentiaalvergelijking oplossen
    - Of omzetten van tijd- naar frequentiedomein (eenvoudiger)

modelvorming (2)

- **Beperkingen?**
  - lineariseerbaar en tijdsinvariant (geen $f(t)$) en causaal verband ingang-uitgang



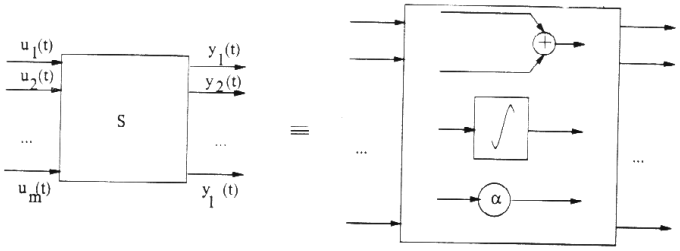
Blok



Versterker

Lineaire tijdsinvariante systemen

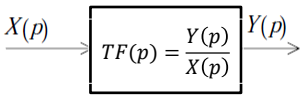
- Drie soorten basisblokken:
  - Integrator: $y(t) = \int_0^t u(t)dt + y(t_0)$ (op t_0 treedt het systeem in werking)
  - Sommator: $y(t) = u_1(t) + u_2(t)$
  - Schaalelement: $y(t) = \alpha u(t)$
- Uitvoering bv. met OPAMPs, R, C



Transfertfunctie

Basisblokken omzetten naar Laplace domein

- $TF(p) = \frac{uitgang(p)}{ingang(p)}$
- p-variabele
- $x(0) = 0$ veronderstelt dynamisch assenkruis
- Laplace van differentiator = $pX(p) + \boldsymbol{x(0)}$!
- Enkel voor lineair tijdsinvariante systemen = lineariseren



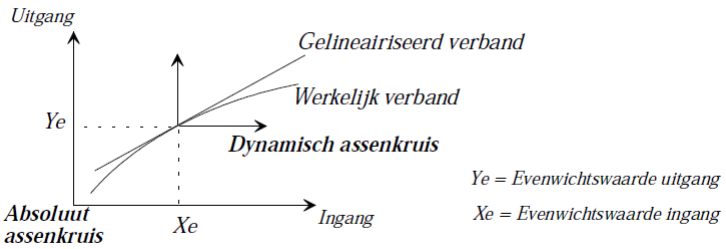
Blok

$$x(t) \longrightarrow X(p)$$
$$\frac{dx(t)}{dt} \longrightarrow pX(p)$$
$$\int x(t)\,dt \longrightarrow \frac{1}{p}X(p)$$

Transformatie regels

Dynamisch assenkruis

Algemeen



Dynamisch assenkruis (2)

- Waarom assenstelsel verplaatsen ?
  - Rekenwerk vereenvoudigen !
  - Veronderstel niet-lineaire relatie : $y(x) = -x^2 + 10x$
  - werkingsgebied rond $X_e = 2$

  lineariseren rond $X_e = 2$:

$$\hat{y}(x) = y(2) + \left[\frac{d(y(x))}{dx}\right]_{x=2}(x-2)$$
$$= 16 + (-2 * 2 + 10)(x-2)$$
$$= offset + H(X - X_0)$$

  - Verplaats assenstelsel naar $X_e = 2$, voorwaarden:

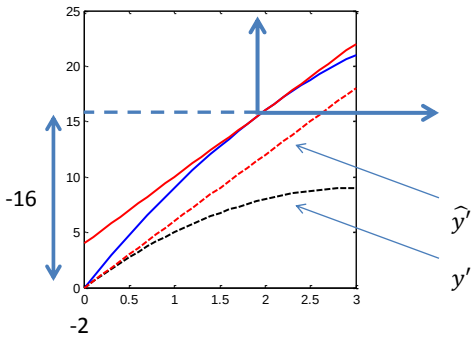
  In nieuwe 0 zelfde afgeleide als in 2: $\frac{d(y\prime(x=0))}{dt} = \frac{d(y(x=2))}{dt} = 6$
  oorspronkelijke (0,0) wordt (-2,-16): $y'(x=-2) = -16$

Dynamisch assenkruis (3)

$y'(x) = ax^2 + bx$ met $2a.0 + b = 6$ en
$a(-2)^2 + -2b = -16 \rightarrow y'(x) = -x^2 + 6x$

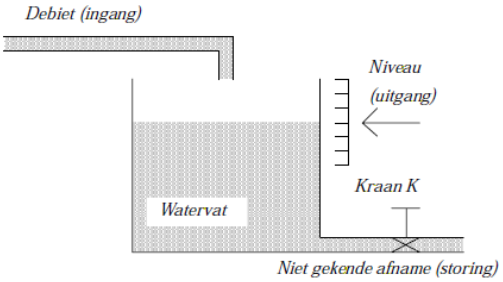
- lineariseren rond $X'_e = 0$:

$\widehat{y'}(x) = 0 + (6)(x-0) = \text{offset} + Hx$



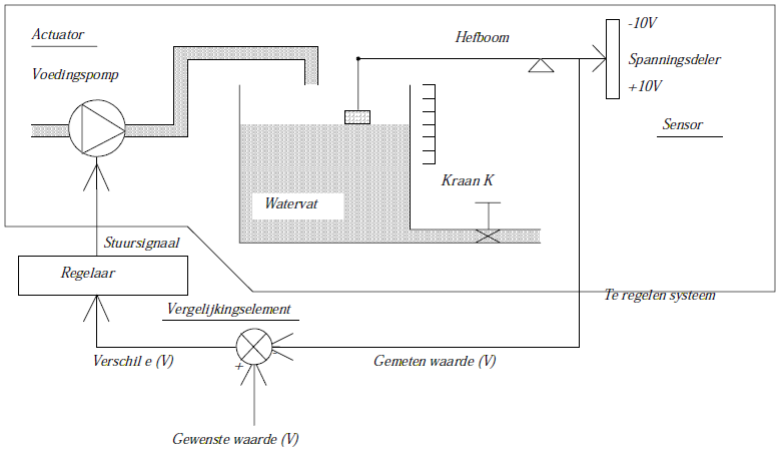
Voorbeeld

- Ingang: debiet (Φ) water regelbaar met actuator
- Uitgang: waterniveau (h)
- Meting/Sensor: Spanning (V) i.f.v. waterniveau (h)



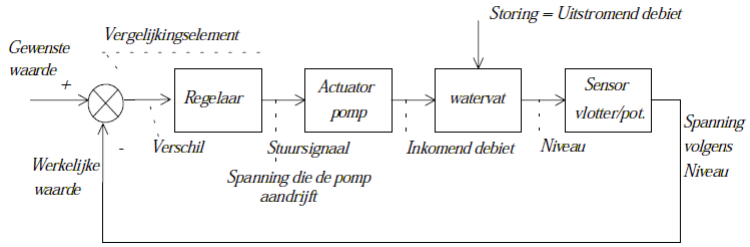
Figuur 1.7 : Het te regelen systeem.

Voorbeeld



Voorbeeld

- Blokdiagramma:
  - TF actuator relatie tussen spanning (V) en debiet ($\Phi = [m3/\text{sec}]$)
  - TF watervat relatie tussen debiet (Φ) en hoogte ($h = [m]$)
  - TF sensor relatie tussen spanning (V) en hoogte (h)



TF watervat ($h = f(\Phi_{in})$) (1)

- Debietverschil is gerelateerd met de hoogte:$\Phi_{in} - \Phi_{uit} = A_{vat}\frac{dh}{dt}$
- Uitgaande debiet Φ_{uit} is functie van statische druk P_{stat}
  $P_{stat} = \rho g h$ en $\Phi_{uit} = A_{uit} v_{uit}$
  $P_{stat} = P_{dyn}$ (dynamische druk onderaan)$= \frac{\rho v_{uit}^2}{2}$
  $\Phi_{uit} = A_{uit}\sqrt{2gh} = C_1\sqrt{h}$
- $\Phi_{in} = A_{vat}\frac{dh}{dt} + C_1\sqrt{h}$
- Lineair? Nee, dus lineariseren rond gewenste hoogte bv. h = 5m
  - $\Phi_{in} = A_{vat}\frac{dh}{dt} + C_1\sqrt{5} + \left[\frac{d\left(A_{vat}\frac{dh}{dt} + C_1\sqrt{h}\right)}{dt}\right]_{h=5}(h-5) = A_{vat}\frac{dh}{dt} + C_2 h +$ offset (debiet bij hoogte h)

TF watervat (2)

- Transformeren naar dynamisch assenkruis:

$$\Phi_{igem} + \Phi_{indyn} = C_2\left(H_{gem} + h_{dyn}(t)\right) + A_{vat}\frac{d\left(H_{gem}+h_{dyn(t)}\right)}{dt} + \text{offset}$$

- In evenwicht geldt debieten gelijk + hoogte constant:

$$\Phi_{igem} = \Phi_{ugem} = C_2 H_{gem} + \text{offset}$$

- De dynamische formule wordt:

$$\Phi_{indyn} = C_2\left(h_{dyn(t)}\right) + A_{vat}\frac{d\left(h_{dyn}(t)\right)}{dt}$$

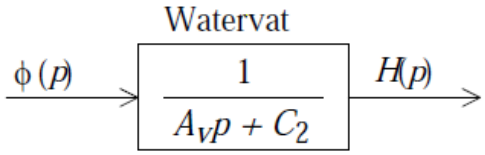
- Beginwaarden zijn nu nul!

TF watervat (3)

- Laplace transformatie geeft :

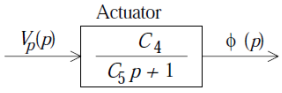
$$\Phi_i(p) = C_2\left(H_{dyn}(p)\right) + A_{vat}pH_{dyn}(p)$$

- $TF = \frac{H(p)}{\Phi_i(p)} = \frac{1}{A_{vat}p+C_2}$

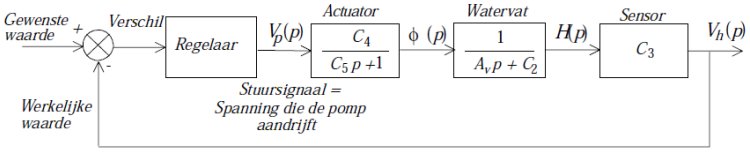


Sensor en actuator

- Sensor is een lineair systeem dat uitgang direct weergeeft: C_3
- Motor heeft een vertraging: 1e orde systeem met C_4 en C_5



Figuur 1.12 : Transfertfunctie van de pomp.



Automatisering

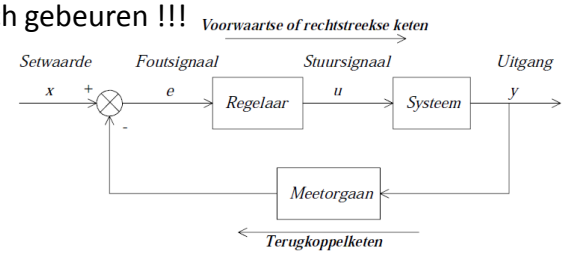
Analoge regeltechniek:
de regelkring

inleiding

- Systeemtheorie beschrijft het gedrag van een systeem
- Hoe gebruiken ?
  - basis voor het ongeregelde systeem
  - systeem aanvullen met externe kennis = REGELEN

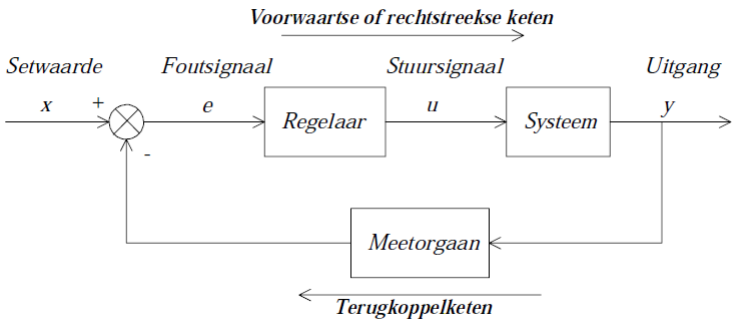
Procedure en doel van terugkoppeling

- Procedure van terugkoppeling ?
  - Meet de uitgangsreactie van een systeem y
  - Stel via model een gewenste uitgangsreactie voor x op
  - Zorg ervoor dat het verschil $e = x - y$ tussen gewenst x en gemeten $y = 0$ wordt
- Doel van terugkoppeling ?
  - Laat dit automatisch gebeuren !!!



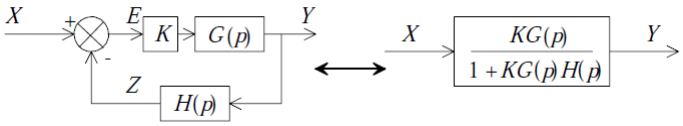
Intelligentie van de terugkoppeling

- Bepaal uit foutsignaal e een stuursignaal u voor het systeem (regelsignaal)
- Hierdoor verandert uitgang y, nieuwe e, . . .



Notatie

- $G(p)$ is TF van het hele geregelde systeem op constante K na: regelaar + systeem
- $H(p)$ is TF van de terugkoppelketen (meetorgaan)
- Open lus TF = $G(p)H(p)$
- De TF van gesloten systeem tussen ingang u(t) en uitgang y(t) : $\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{KG(p)}{1+KG(p)H(p)}$
- Met $H(p) = 1$ en $G(p) = \frac{T(p)}{N(p)}$ wordt dit: $\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{KT(p)}{N(p)+KT(p)}$



Eigenschappen

- Waarom eigenschappen bestuderen ?
  - Door terugkoppeling is TF veranderd
  - $KG(p) \rightarrow \frac{KG(p)}{1+KH(p)G(p)}$
- Welke eigenschappen bestuderen = criteria regelaar?
  - stabiliteit
  - snelheid
  - nauwkeurigheid: statische (standfout) en dynamisch (ruisonderdrukking)

Absolute stabiliteit

Een systeem is (absoluut) stabiel indien dit systeem bij het aanleggen van een bepaald (vast) signaal (een stap of een impuls) convergeert naar een bepaalde (eindige) waarde toe. Indien het daarentegen naar oneindig divergeert, dan is het systeem instabiel. (In feite gaat het hier om het overgangsverschijnsel dat al dan niet uitsterft.)

- Uit systeemtheorie weten we dat polen het gedrag bepalen:
  - reële pool a geeft reactie e^{at}
  - complexe pool $a + jb$ geeft reactie $e^{at}\ \sin(bt)$

Absolute stabiliteit

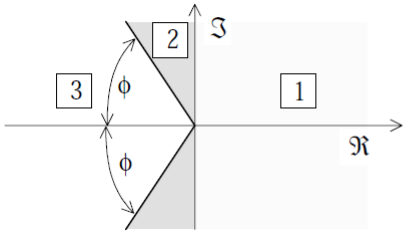
- Volgende gevallen bestaan:
  - a > 0 betekent onstabiel/divergerend systeem
  - a = 0 betekent op de rand van stabiliteit, marginaal stabiel
    - bij stapresponsie (TF = $(1/p)$) geeft dit convergentie naar ∞: TF~$\frac{1}{p^2}$
    - bij impulsresponsie (TF = (1)) betekent dit convergentie naar vaste waarde
    - bij zuiver complex toegevoegde polen wordt impulsresponsie $\sin(bt)$
  - a < 0 geeft absoluut stabiel systeem, hoe negatiever hoe sneller !!

Absolute stabiliteit teruggekoppeld systeem

- De noemer van de TF is veranderd door terugkoppeling !!
  - $1 + KG(p)H(p)$ is nieuwe karakteristieke vergelijking van het gesloten systeem
  - De nulpunten hiervan zijn de polen $a \pm jb$
  - De polen kunnen verplaatst worden door keuze van K, H(p)

Relatieve stabiliteit

- Ander vorm van stabiliteit: relatieve stabiliteit
  - Wat ?
  - absoluut stabiliteit + overgangsverschijnselen verdwijnen snel genoeg (a klein genoeg) of er is genoeg demping (hoek klein genoeg)
  - Praktische complexe pool: negatief reeël deel en ver genoeg van de imaginaire as.



1 : Absoluut instabiel

2 : Relatief instabiel (Absoluut stabiel)

3 : Absoluut en relatief stabiel

$\phi = 50° - 60°$

Stabiliteit in frequentiedomein

- I.p.v de polen te bekijken, nu de versterking voor de frequenties van het ingangssignaal
  - ingang met frequentie f en amplitude A geeft aan uitgang ?
  - uitgang met frequentie f en amplitude A' en faseverschuiving Φ
  - Hoe deze verandering bepalen ?
    - stel $p = j\omega$ met ω de pulsatie:

      TF=$\frac{KG(j\omega)}{1+KG(j\omega)H(j\omega)}$
    - de karakteristieke vergelijking is: $1 + KG(j\omega)H(j\omega)$

Nulpunten karakteristieke vergelijking

- Wanneer is TF = ∞ ?
- $1 + KG(j\omega)H(j\omega) = 0$ of $KG(j\omega)H(j\omega) = -1$
- Dit geeft als voorwaarden:
  - $|KG(j\omega)H(j\omega)| = 1$
  - $\angle \mathrm{KG}(j\omega)H(j\omega) = 180°$

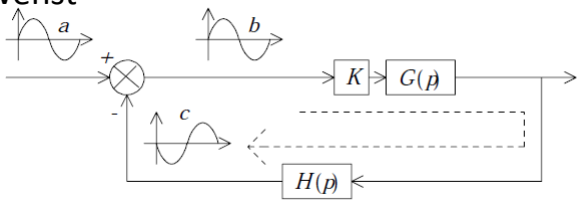
Indien de versterking voor een bepaalde pulsatie oneindig groot wordt, dan bevindt het systeem zich op de rand van de stabiliteit. Het is dan marginaal stabiel. In dit geval zal het overgangsverschijnsel niet meer 'overgaan', maar blijft zichzelf versterken en onderhouden.

Verband met systeemtheorie

- Wanneer gelden deze voorwaarden ?
  - $|KG(j\omega)H(j\omega)| = 1$
  - $\angle \mathrm{KG}(j\omega)H(j\omega) = 180°$
- Gesloten-lus systeem heeft zuiver complex toegevoegde polen $\pm j\omega$!
- Impulsresponsie tweede orde met polen $\pm j\omega$ = oscillatie (zie 2e orde)
- Oscillatie op $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$ de natuurlijke eigenfrequentie van het gesloten systeem

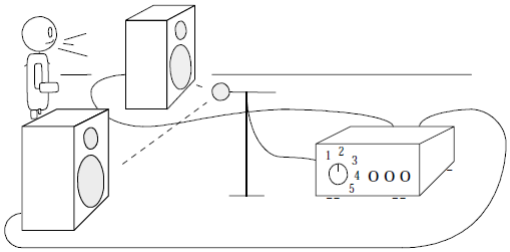
Waarom is $KG(j\omega)H(j\omega) = -1$ marginaal stabiel?

- Ingang (a,b): even sinus met frequentie ω die voldoet aan $KG(j\omega)H(j\omega) = -1$
- Uitgang (c): 180 graden verschoven sinus met $KG(j\omega)H(j\omega) = 1$
- (a) is weg en (c) = -(a)-signaal
- Sinus onderhoudt zichzelf
- Gewenst of ongewenst



voorbeeld geluidssysteem

- Geluid via micro-versterker-luidspreker-micro-. . .
- Resultaat gefluit !!!
- Oplossing: kring onderbreken of versterking veranderen ?

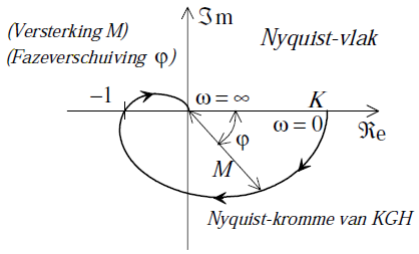


Voor- en nadelen terugkoppeling

- Nadeel: stabiel systeem onstabiel maken
- Voordeel: polen verplaatsen, reactiesnelheid, nauwkeurigheid verhogen

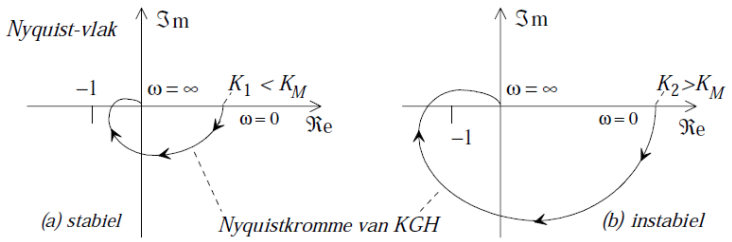
Hoe graad van stabiliteit nagaan?

- Waarmee? Bode en Nyquist plot
- Hoe ? kijken of $KG(j\omega)H(j\omega) = -1$
- In Nyquist nagaan voor verschillende K die > of < K_M
- 3 gevallen mogelijk: stabiel (a), marginaal stabiel en onstabiel (b)



Hoe graad van stabiliteit nagaan?

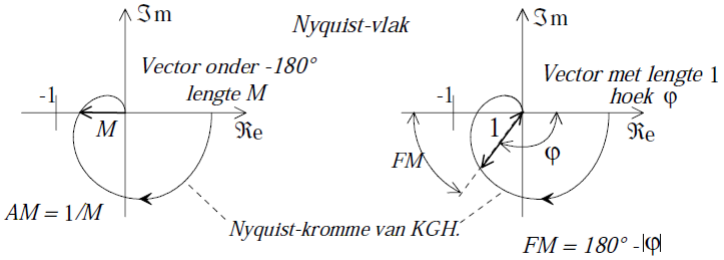
- Waarmee? Bode en Nyquist plot
- Hoe ? kijken of $KG(j\omega)H(j\omega) = -1$
- In Nyquist nagaan voor verschillende K die > of < K_M
- 3 gevallen mogelijk: stabiel (a), marginaal stabiel en onstabiel (b)



Definiëren Amplitude- en fasemarge

De <u>amplitudemarge</u> (AM) is de extra in te stellen (open-kring) versterking waardoor het gesloten systeem op de rand van de stabiliteit komt te liggen. De amplitudemarge is bijgevolg de factor waarmee we de vector met fase -180° moeten vermenigvuldigen om lengte 1 te krijgen.

De <u>fasemarge</u> (FM) is het verschil in graden tussen het punt -1 en de vector met lengte 1. Het punt -1 heeft natuurlijk een hoek van -180°. De fasemarge geeft dus aan hoeveel de fase van KG(jω)H(jω) bij een modulus van 1 nog mag afnemen voordat de waarde -180° bereikt wordt.

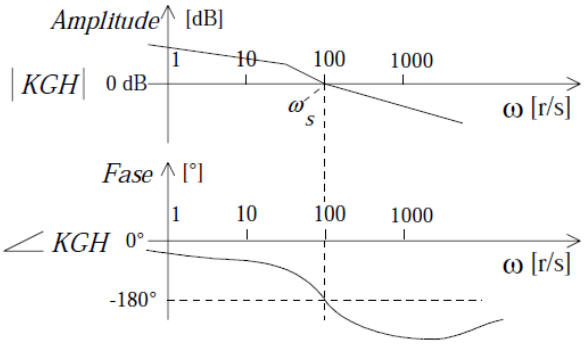


Definities aanvulling

- Amplitudemarge=versterkingsmarge/winstmarge uitgedrukt in factor (dimensieloos) of dB
- Fasemarge=fasespeling
- Meest voorkomende eisen 1,8 < AM < 10 en 30°<FM <70°

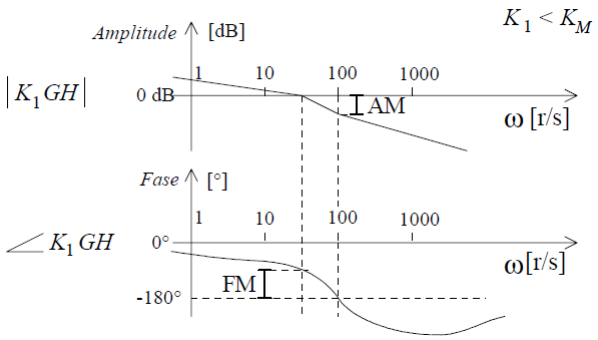
AM en FM in Bode-diagramma

- Bij snijpulsatie ω_s, fasehoek 180° en versterking 1, marginaal stabiel voor gekozen K_m-waarde



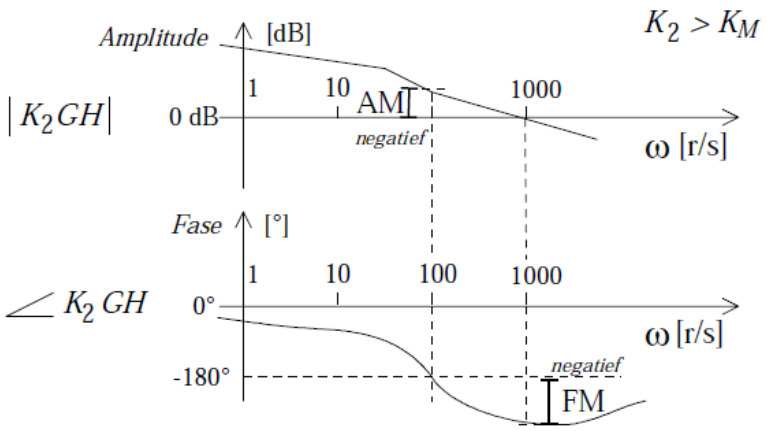
AM en FM in Bode-diagramma

- Waarden van $K < K_m$ geeft stabiel systeem met AM > 0 en FM > 0



Wat bij K > Km

- Bij fasehoek 180 graden is versterking > 0 dB (AM < 0)
- Bij 0 dB is fasehoek voorbij 180 graden (FM < 0)



Wat is de statische nauwkeurigheid?

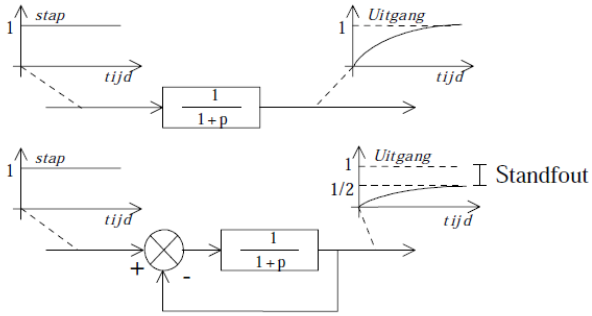
- Wordt bepaald door 3 factoren: standfout, volgfout en versnellingsfout
- Wat? Bereiken we gewenste instelling?
- Hoe bestuderen?
  - standfout = fout na stap,
  - volgfout = fout na ramp,
  - versnellingsfout = fout na parabool

standfout

De standfout (ε_{ss}) is het verschil tussen het aangelegde stapsignaal met grootte 1 en de uiteindelijke waarde van het uitgangssignaal (ingang - uitgang).

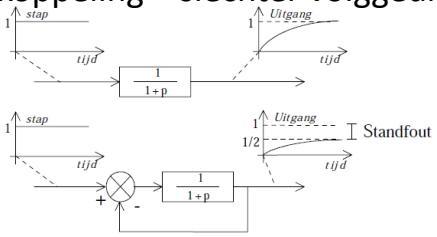
Indien de aangelegde stap in grootte niet gelijk is aan 1 dan is de standfout gelijk aan:

$$\varepsilon_{SS} = \frac{\text{de grootte van de aangelegde stap - de uiteindelijke waarde van de uitgang}}{\text{de grootte van de aangelegde stap}}$$



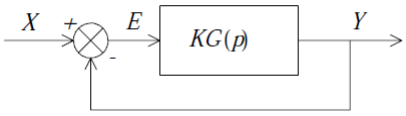
Hoe standfout bepalen voor voorbeeld?

- gesloten TF = $\frac{G(p)}{1+G(p)} = \frac{\frac{1}{1+p}}{1+\frac{1}{1+p}} = \frac{1}{2+p} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{p}{2}}$
- Verkleinde tijdsconstante 1/2 en versterking 1/2
- Stap = signaal met frequentie=0, dus TF=1/2 bij p = 0
- Standfout = 1-0.5=0.5
- Nadeel terugkoppeling = slechter volggedrag !!



Hoe standfout bepalen in het algemeen ?

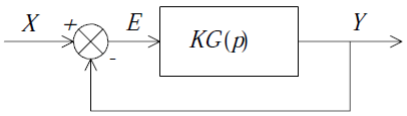
- De terugkoppelverschil $E(p) = X(p) - Y(p)$
- De standfout is dit verschil E bij frequentie 0 Hz gedeeld door $X(p)$ (stel $H(p) = 1$)
- $\frac{E(p)}{X(p)} = \frac{1}{1+KG(p)}$
- $\epsilon_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \frac{1}{1+KG(0)}$



- $G(0)$ is statische versterking van het open systeem
- Hoe groter K of $K_p = KG(0)$, hoe kleiner de standfout !!!

Besluiten uit afleiding standfout

- Formule is $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} pE(p) = \frac{1}{1+KG(0)}$ (in %)
- Als $G(0) \to \infty$ dan is $\epsilon_{ss} = 0$
- Dit betekent dat $G(p)$ een integrator moet zijn (1/p)
- Standfout=0 als open systeem integrator bevat !!!
- Gesloten systeem $Y(p) = 1 - \epsilon_{ss} = \frac{KG(p)}{1+KG(p)}$ met $\lim_{t\to\infty} y(t) = \frac{KG(0)}{1+KG(0)}$



volgfout

- Bij ingangssignaal een ramp-functie krijgen we een volgfout
- Uit de Laplace formulelijst halen we :

$$\lim_{p\to 0} pE(p) = \lim_{p\to 0}\left(p\frac{m}{p^2}\frac{1}{1+KG(p)}\right) = \lim_{p\to 0}\frac{m}{p+pKG(p)}$$

- Als $G(p)$ geen integrator bevat is volgfout = ∞
- Als $G(p)$ een integrerende functie bevat is volgfout eindig = $\frac{m}{K_v}$ met snelheidsfoutconstante $K_v = \lim_{p\to 0} pKG(p)$
- Als G(p) twee integrerende functie bevat is volgfout 0 !!!

versnellingsfout

- Bij ingangssignaal een parabolische-functie krijgen we een versnellingsfout
- Uit de Laplace formulelijst halen we :

$$\lim_{p\to 0} pE(p) = \lim_{p\to 0}\left(p\frac{a}{p^3}\frac{1}{1+KG(p)}\right) = \lim_{p\to 0}\frac{a}{p^2+p^2KG(p)}$$

- Als $G(p)$ geen of een integrator bevat is versnellingsfout = ∞
- Als $G(p)$ twee integrerende functies bevat is de versnellingsfout eindig = $\frac{a}{K_a}$ met snelheidsfoutconstante $K_a = \lim_{p\to 0} p^2KG(p)$
- Als $G(p)$ drie integrerende functies bevat is volgfout 0 !!!

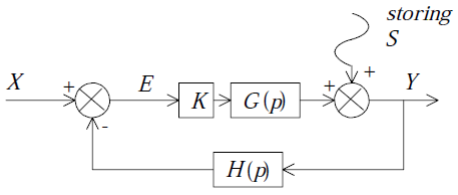
Overzicht van mogelijke fouten

Statische fout Ingang → ↓ Systeemtype	$\frac{E}{p}$ Stap	$\frac{m}{p^2}$ Ramp	$\frac{a}{p^3}$ Parabolisch
0	eindig = $\frac{1}{1+K_p}$	∞	∞
1	0	eindig = $\frac{1}{K_v}$	∞
2	0	0	eindig = $\frac{1}{K_a}$

$$TF(p) = \frac{K(1+\tau_a p)(1+\tau_b p)(1+\tau_c p)\cdots}{p^n(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)(1+\tau_3 p)\cdots}$$

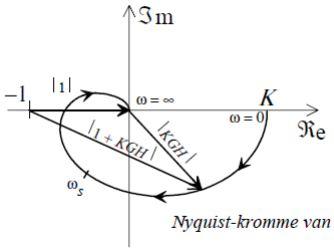
Wat is ruisonderdrukking ?

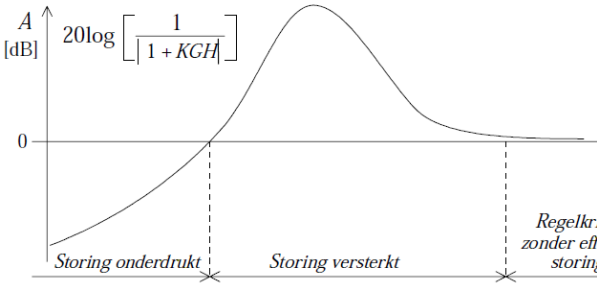
- Wat? willekeurige fouten ten gevolge van ruis/stoorsignalen onderdrukken
- Hoe? regelkring
- Soorten fouten: statisch vs. dynamisch
- Hoe analyseren: extra foutingang S
- Stuursignaal: $E(p) = X(p) - H(p)Y(p)$ en uitgang: $Y(p) = S(p) + KE(p)G(p)$



Analyseer de fout op de uitgang

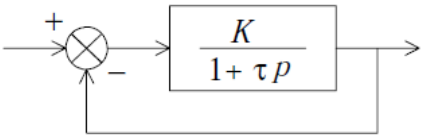
- De ontbinding geeft: $Y\ (p) = \frac{KG(p)}{1+KG(p)H(p)}X(p) + \frac{1}{1+KG(p)H(p)}S(p)$
- De foutcomponent is $F(p)\ = \frac{1}{1+KG(p)H(p)}S(p)$
- Fout is niet gelijk aan storing
- Fout is afhankelijk van $1\ +\ KG(p)H(p)$
- statische fout bij $p = 0$, K groot zorgt voor onderdrukking, . . .



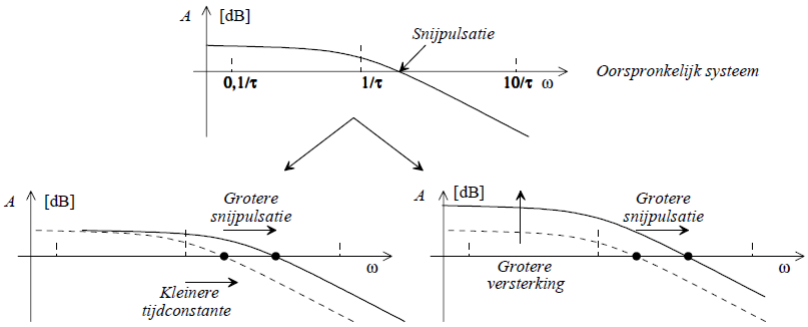


Snelheid van de regellus

- Wat? De reactiesnelheid van een systeem verhogen door tijdsconstante te verkleinen of door K te vergroten
- Hoe? terugkoppeling
- $\mathrm{TF}_{1eorde}\ = \frac{\frac{K}{1+\tau p}}{1+\frac{K}{1+\tau p}} = \frac{\frac{K}{K+1}}{1+\frac{\tau p}{K+1}}$
- Tijdsconstante wordt kleiner als K verhoogt!



Verband tussen snijpulsatie en snelheid

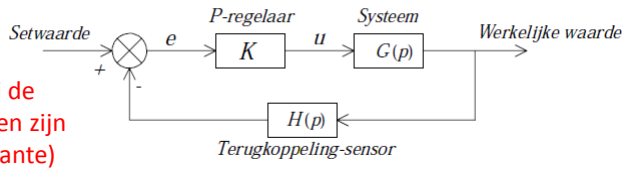


Automatisering

Regeltechniek: wortellijnen diagramma

Wortellijnendiagram

- Herhaling:
  - Transient gedrag: bepaald door ligging polen van het gesloten systeem
  - Wortellijnenmethode = grafische methode die het verloop van de polen van het *gesloten systeem* i.f.v. versterkingsfactor K weergeeft
  - Zelfde als stabiliteit van een P-regelaar bestuderen



Polen die dicht bij de imaginaire as liggen zijn belangrijk (dominante)

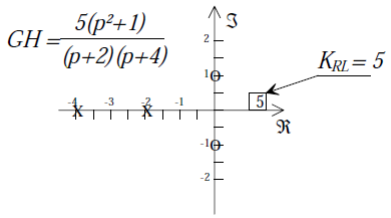
Definities

- De meest algemene vorm van karakteristieke vergelijking is: $1 + G(p)H(p) = 0$
- Met G(p)H(p) = $\frac{K_{RL}(p+z_1)(p+z_2)\ldots(p+z_m)}{(p+p_1)(p+p_2)\ldots(p+p_n)}$ met z_i de nulpunten en p_i de polen van de open-lus TF
- Deze TF kan ook geschreven worden als

$$G(p)H(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \cdots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1}\,p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0}$$

- Hieruit volgt dat de vermenigvuldigingsfactor $K_{RL} = \frac{b_m}{a_n}$

voorbeeld

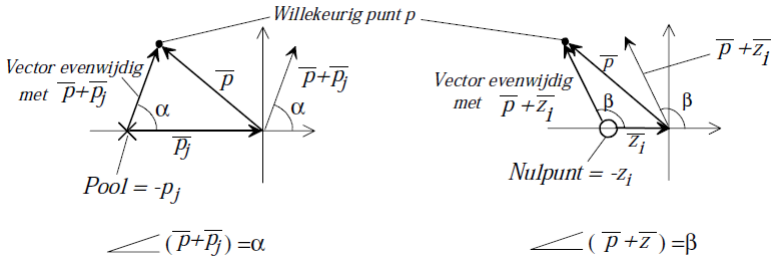


Modules- en hoekvoorwaarde

- De karakteristieke vergelijking van het systeem is: $1 + KG(p)H(p) = 0$, hieruit kunnen we twee voorwaarden halen:
  - modulusvoorwaarde: $|KG(p)H(p)| = 1$ of $K = -\frac{1}{G(p)H(p)}$
  - hoekvoorwaarde:
    $\angle \mathrm{KG}(p)H(p) = 180 + k360$ of
    $\angle G(p)H(p) = 180 + k360$

$$\angle \mathrm{G}(p)H(p) = \angle \frac{(p+z_1)(p+z_2)\ldots(p+z_m)}{(p+p_1)(p+p_2)\ldots(p+p_n)} = \angle(p + z_1) + \angle(p + z_2) + \cdots$$
$$+\angle(p + z_m) - \angle(p + p_1) - \angle(p + p_2) \cdots - \angle(p + p_n)$$

Modules- en hoekvoorwaarde



Constructieregels

- aantal takken
- beginpunten
- eindpunten
- takken op de reële as
- asymptotische richting
- breekpunten bij samenvallende polen of nulpunten
- hoek van vertrek

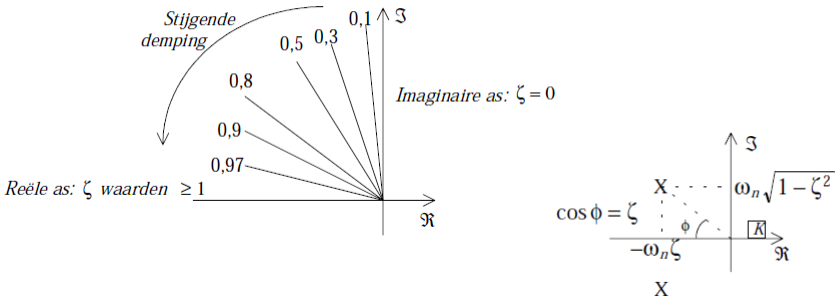
zie cursus

Eigenschappen: stabiliteit

- Stabiel als polen linker halfvlak liggen - marginaal stabiel als reële deel nul is
- Gedeeltelijk onstabiel als tak in rechterhelft (K-waardes onstabiel)
- $K_{rand_marginaal}$ geldt als de tak de imaginaire as snijdt dit is als $p = 0$ of $p = \pm j\omega$. Vul dit in $K_{rand_stabiliteit} G(p)H(p) = -1$ en los stelsel van 2 vergelijkingen (reëel ,imaginair) en 2 onbekenden (ω, K) op.
- Maximale versterking waarbij systeem nog marginaal stabiel is !!

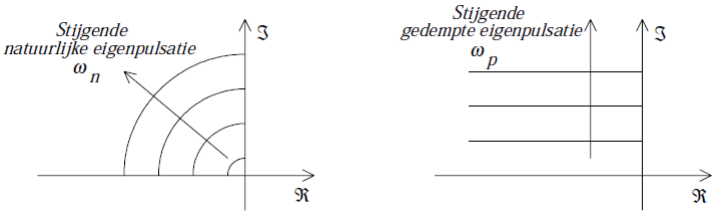
Relatieve stabiliteit=demping

- De demping wordt bepaald uit $TF_{2eorde} = \frac{K\omega^2}{p^2+2\omega_n\zeta+\omega_n^2}$
- De polen zijn $p_{1,2} = -\omega_n(\zeta \pm j\sqrt{1-\zeta^2})$



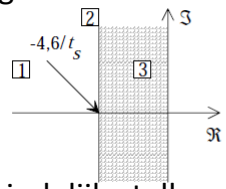
De natuurlijke en gedempte eigenpulsatie

- De natuurlijke eigenpulsatie bepaalt mee de reactiesnelheid van het systeem
- De gedempte eigenpulsatie is het imaginaire deel van de pool die het oscillerende gedrag van het overgangsverschijnsel weergeeft



Settling time

- Reële deel van de pool geeft de snelheid waarmee het systeem naar de eindwaarde gaat ($\frac{1}{p+a}$)
- 1% grens wordt bereikt als $e^{-at} = 0.01$ of $t_s = -\frac{4,6}{-a}$



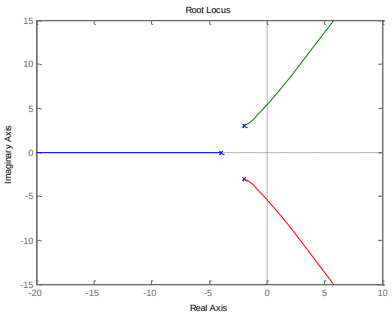
1. *Gebied met polen met een een 'settling' tijd < t_s*
2. *Lijn met polen met een een 'settling' tijd = t_s*
3. *Gebied met polen met een een 'settling' tijd > t_s*

- Uiteindelijke tellen enkel de dominante polen (reëel negatieve polen vs. polen dicht bij imaginaire as of snel uitgedempte overgang vs. traag uitgedempte overgang)

Oefening

- Bepaal de extra in te stellen versterking om marginale stabiliteit van het gesloten systeem te bereiken voor het volgende open lus systeem:

$$\frac{12}{(p+4)(p^2+4p+13)}$$




```
p = sym('p');
y=12/((p+4)*(p^2+4*p+13));
ys=simple(y);
ys

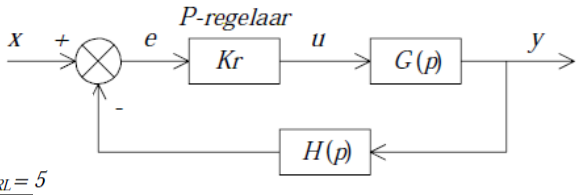
TF=tf([12],[1 8 29 52]);
rlocus(TF);
```

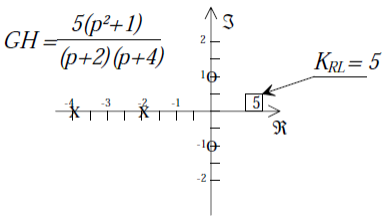
Automatisering

Analoge regeltechniek: klassieke regelaars

P-regelaar (1)

- $TF_P = K_r$
- Fout e verzwakt/versterkt met K_r om stuursignaal u te maken
- Wortellijnendiagram geeft invloed K_r op gesloten systeem
- Is $K_r = K_{RL}$?



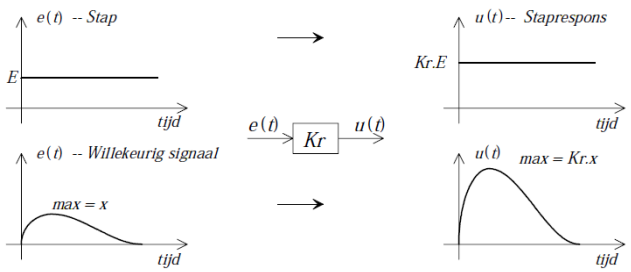


P-regelaar (2)

- Voordelen ?
  - Systeem sneller maken en verkleinen standfout naarmate K_r stijgt
  - Verschuiven van de polen gesloten systeem
  - Ruisonderdrukking bij grote K_r waarden
- Nadelen ?
  - Mogelijk instabiel bij grote K_r
  - Zeer hevige systemen bij grote K_r
  - Geen ruisonderdrukking bij kleine K_r
  - Standfout groter naarmate K_r verkleint

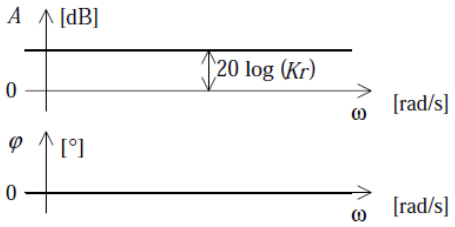
P-regelaar (3)

- Bepaal optimale K_r zodat systeem (relatief) stabiel blijft
- Uit Bode haal je dat P-regelaar zorgt voor verschuiving Amplitude, dus dit zorgt voor een vergroting/verkleining van de AM



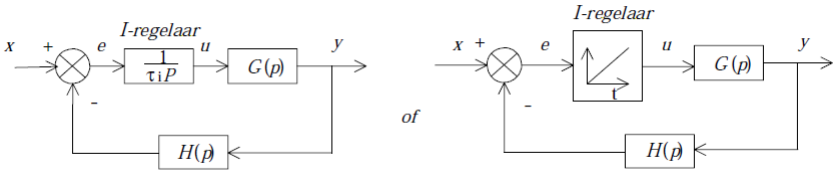
P-regelaar (3)

- Bepaal optimale K_r zodat systeem (relatief) stabiel blijft
- Uit Bode haal je dat P-regelaar zorgt voor verschuiving Amplitude, dus dit zorgt voor een vergroting/verkleining van de AM



I-regelaar (1)

- $TF_I = \frac{1}{p\tau_i}$
- Fout e wordt geïntegreerd en met factor $\frac{1}{\tau_i}$ vermenigvuldigd:
  $u(t) = \frac{1}{\tau_i}\int_0^t e(t)dt$ of $U(p) = \frac{1}{\tau_i p}E(p)$



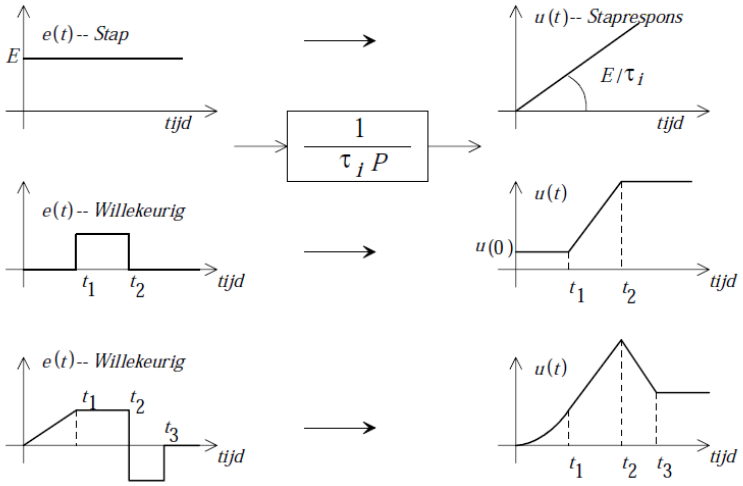
I-regelaar (2)

- Voordelen ?
  - Standfout of statische fout wordt geëlimineerd door integratie van e(t)
- Nadelen ?
  - Mogelijk instabiel bij kleine τ_i (te snelle integratie)
  - Mogelijk te langzame systemen bij te grote τ_i (te trage integratie)

I-regelaar (3)

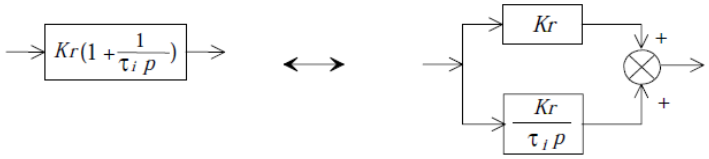
- Bepaal optimale τ_i zodat systeem (relatief) stabiel blijft
- Uit Bode haal je dat I-regelaar zorgt voor oneindige versterking bij statische signalen zodat de standfout (1/(1+K)) wegvalt
- De faseverschuiving is -90 graden, zodat de FM verkleint (relatief onstabieler)

I-regelaar (4)



PI-regelaar (1)

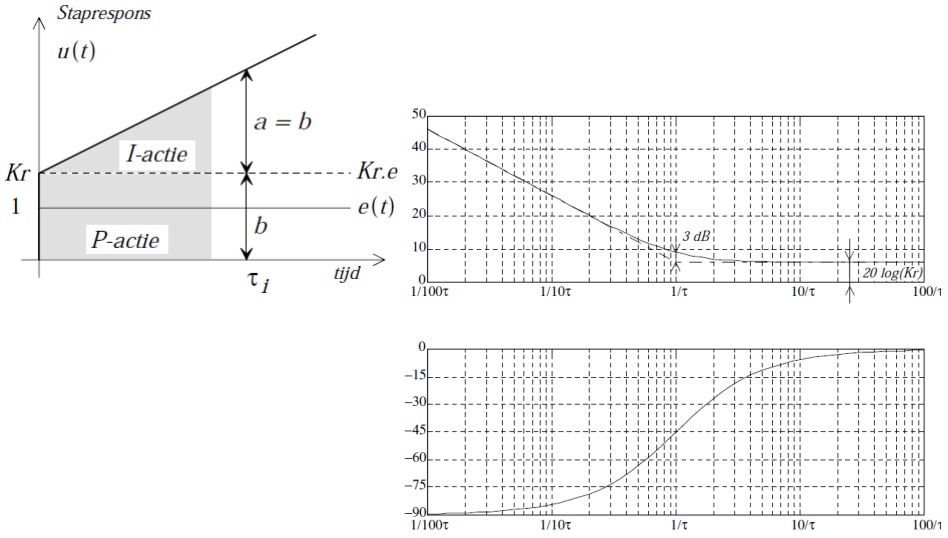
- $TF_{PI} = K_r(1 + \frac{1}{p\tau_i})$
- Combinatie P en I regelaar
- Fout e wordt geïntegreerd en met de factor $\frac{1}{\tau_i}$ vermenigvuldigd:
  $u(t) = \frac{K_r}{\tau_i}\int_0^t e(t)dt + K_r e(t)$ of $U(p) = \frac{1}{\tau_i p}E(p)$
- P en I actie gelijk op tijdstip τ_i



PI-regelaar (2)

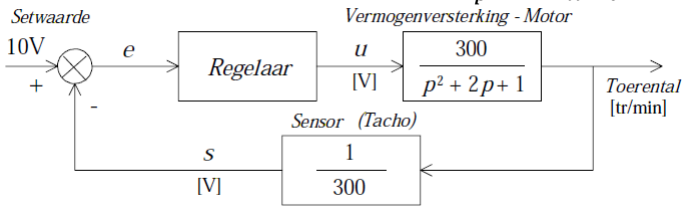
- Bepaal optimale τ_i ,K_r zodat systeem (relatief) stabiel blijft
- Uit Bode haal je dat PI-regelaar zorgt voor oneindige versterking bij statische signalen zodat de standfout (1/(1+K)) wegvalt
- De faseverschuiving is -90 graden bij lage frequentie en 0 graden bij hoge frequenties.
- Voor lage frequenties is er I-gedrag en voor hoge frequenties P-gedrag met bijgaande onstabiliteiten

PI-regelaar (3)



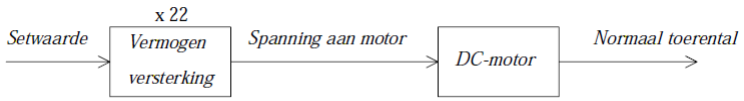
Voorbeeld 1

- Tachometer meet de toerental als spanning $10V = 3000\ [tr/\min]$
- $K_t = 10/3000 = 1/300[V/tr\,.\min]$
- Motor is 2e orde systeem met statische versterking K_{mv}
- Veronderstel P-regelaar met $K_r = 2$
- Standfout $= \frac{1}{K_p+1}\ in\ \%$
- K_p is de open lus statische versterking $K_p = K_{mv}K_tK_r = 2$



Voorbeeld 1

- DC motor aangestuurd via spanning 0-10V die versterkt wordt tot 0-220 V die wordt opgezet naar 0-3000 toeren/min.
- TF van motor, versterker ?
  - $K_m = 3000/220 = 13.63[tr/minV\ ]$
  - $K_v = 220/10 = 22$
  - $K_{mv} = 22 \times 13.63 = 300[tr/minV\ ]$
  - Open sturing, draait de motor wel aan 3000 toeren (ballast, wrijving, . . .) ?
- Oplossing terugkoppeling !



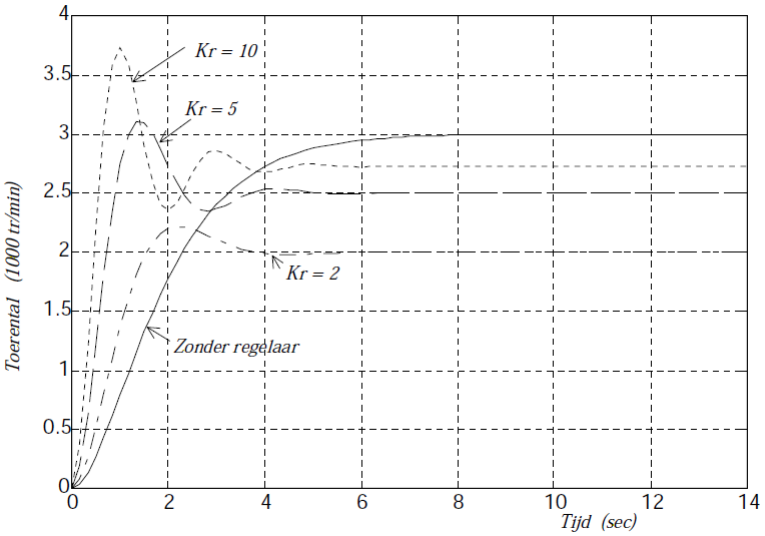
Voorbeeld 1

- Enkel P-regelaar zorgt voor standfout
- I-regelaar met $\tau_i = 2s$ zorgt voor verdwijnen standfout
- P-regelaar zorgt voor snel opkomen signaal (begin), I-regelaar zorgt voor wegwerken standfout
- $TF = 2(1 + \frac{1}{2p})$ of $u(t) = 2e(t) + \int_0^t e(t)dt$

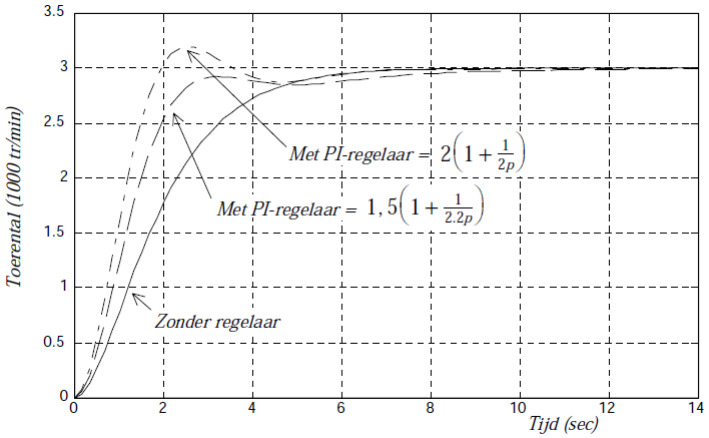
Voorbeeld 1

Tijd (sec.)	*s* (Tacho)	*e* (V)	P (V)	I (V)	*u* = P + I	Motor Spanning	toerental [tr/min]
	0,00	10,00	20,00		**20,00**	440,00	600,00
	2,00	8,00	16,00		**16,00**	352,00	1500,00
	5,00	5,00	10,00		**10,00**	220,00	1800,00
	6,00	4,00	8,00		**8,00**	176,00	2000,00
	6,67	3,33	6,67		**6,67**	146,67	2000,00
met integratie erbij							
1,00	6,67	3,33	6,66	*3,33*	**10,00**	220,00	2100,00
2,00	7,00	3,00	6,00	*6,33*	**12,33**	271,26	2400,00
3,00	8,00	2,00	4,00	*8,33*	**12,33**	271,26	2700,00
4,00	9,00	1,00	2,00	*9,33*	**11,33**	249,26	2850,00
5,00	9,50	0,50	1,00	*9,83*	**10,83**	238,26	2970,00
6,00	9,90	0,10	0,20	*9,93*	**10,13**	222,86	2985,00
7,00	9,96	0,04	0,08	*9,97*	**10,05**	221,10	2995,00
8,00	9,99	0,01	0,02	*9,98*	**10,00**	220,00	3000,00
9,00	10,00	0,00	0,00	*10,00*	**10,00**	220,00	3000,00

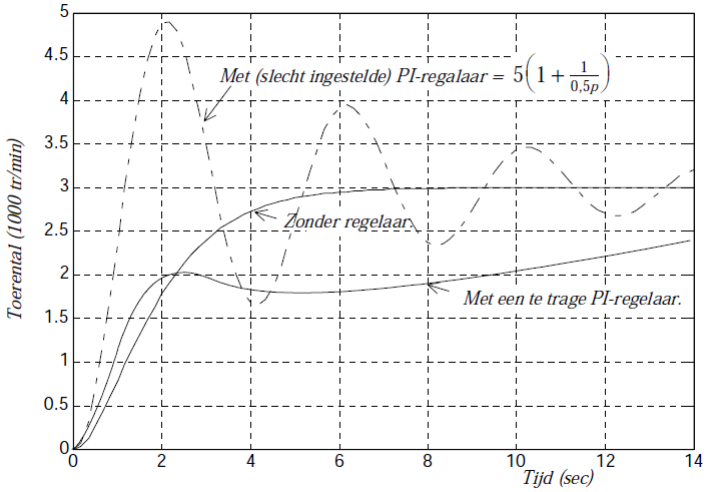
Voorbeeld 1



Voorbeeld 1

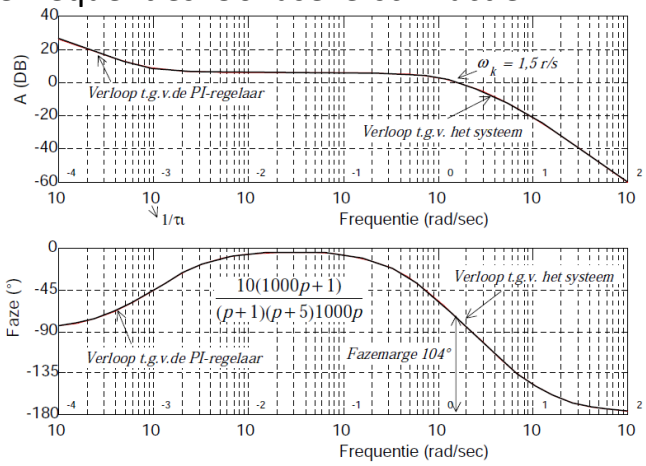


Voorbeeld 1



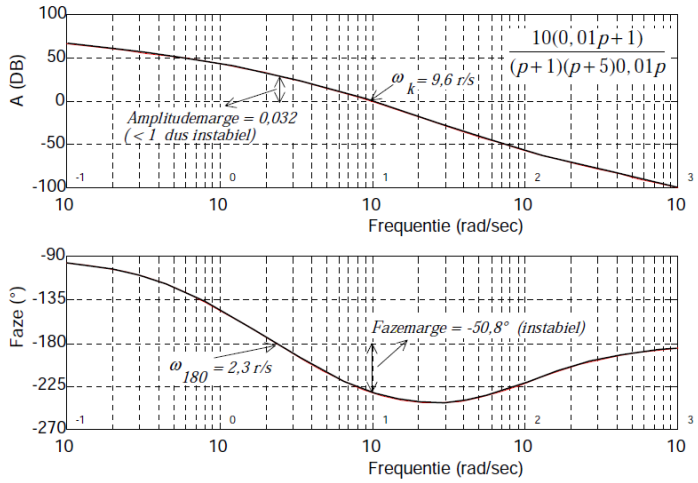
Voorbeeld 2

- Slechte PI-regelaar omdat I-werking te traag is, bij te lage frequenties -90 faseverschil actief



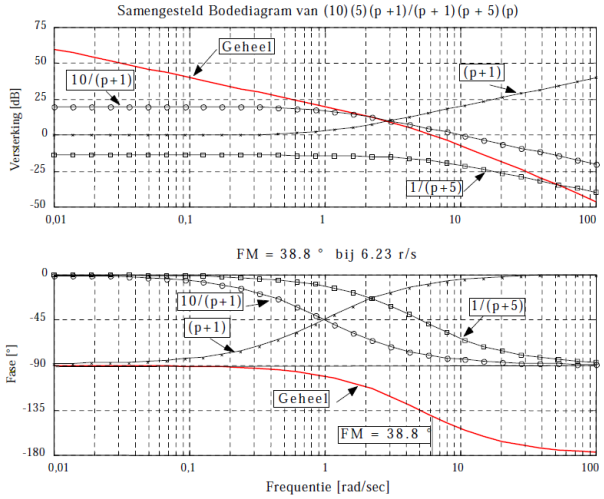
Voorbeeld 2

- Onstabiel systeem ten gevolge van I-werking



Voorbeeld 2

- Verbeterd systeem: Teken zelf nog 5/p !!! De PI regelaar

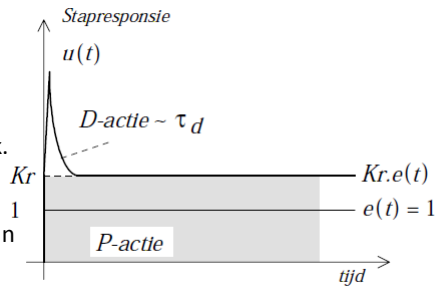


PD-regelaar

- $TF_D = K_r(1 + p\tau_d)$
- Fout e wordt gedifferentieerd en met factor $K_r\tau_d$ vermenigvuldigd: $u(t) = K_r e(t) + K_r\tau_d \frac{de(t)}{dt}$

D-regelaar (1)

- Voordelen ?
  - Positieve fasemarge voor hoge frequenties zorgt voor stabiliteit door op voorhand het signaal te voorspellen en te anticiperen
- Nadelen ?
  - Mogelijke instabiele AM bij te grote τ_d (∞ versterking op hoge frequenties)
  - Tamme regelaar (Fysisch), geen 1 piek ten gevolge van stap maar meer afgerond piek. Naarmate τ_d groter minder tam en meer ruisgevoelig
  - τ_d iets kleiner dan kleinste tijdsconstante in het systeem, zodat grote versterking op hoge frequenties geen AM verkleint

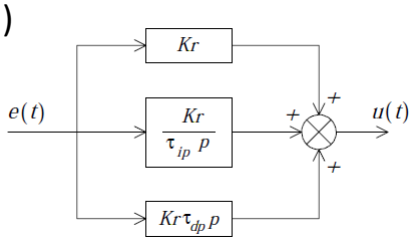


D-regelaar (2)

- Bepaal optimale τ_d zodat systeem (relatief) stabiel blijft
- Uit Bode haal je dat D-regelaar zorgt voor oneindige versterking bij hoogfrequente signalen.
- De faseverschuiving is +90 graden, zodat de FM vergroot (relatief stabieler)

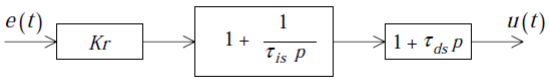
PID-regelaar (1)

- Parallele PID-regelaar:
  $TF_{PID} = K_{rp}\left(1 + \frac{1}{p\tau_{ip}} + \tau_{dp}p\right)$
- Fout e wordt geïntegreerd-gedifferentieerd en met factor $\frac{1}{\tau_{ip}}, K_{rp}, \tau_{dp}$ vermenigvuldigd: $u(t) = K_{rp}(1 + \tau_{dp}\frac{de(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_{ip}}\int_0^t e(t)dt\ )$



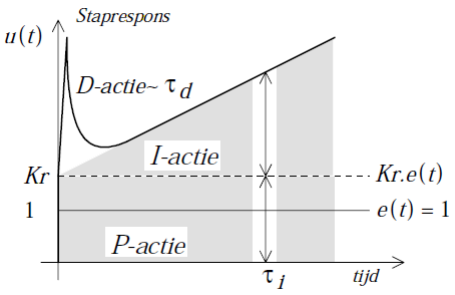
PID-regelaar (2)

- Seriële PID-regelaar: $TF_{PID} = K_{rs}(1 + \frac{1}{p\tau_{is}})(1 + \tau_{ds}p)$
- Fout e wordt geïntegreerd-gedifferentieerd en met factor $\frac{1}{\tau_{is}}, K_{rs}, \tau_{ds}$ vermenigvuldigd: $u(t) = K_{rs}\left(1 + \tau_{dp}\frac{de(t)}{dt}\right)(1 + \frac{1}{\tau_{is}}\int_0^t e(t)dt)$



PID-regelaar (3)

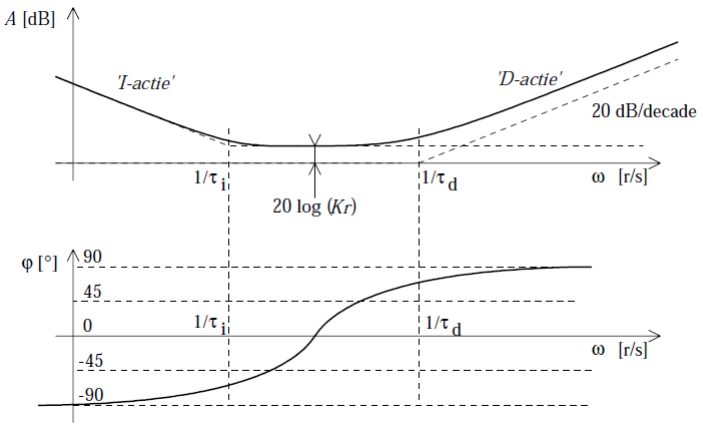
- Verband tussen serieel-parallel: $\tau_{dp} = \frac{\tau_{ds}\tau_{is}}{\tau_{ds}+\tau_{is}}, \tau_{ip} = \tau_{is} + \tau_{ds}$
- stapresponsie neem parallelle, Bode neem serieel
- Voor- en nadelen ?
  - zie P,I,D



PID-regelaar (3)

- Bepaal optimale τ_i, τ_d, K_r zodat systeem (relatief) stabiel blijft
- Als $\tau_{s1}, \tau_{s2}, \ldots$ tijdsconstanten zijn van het systeem dan geldt meestal: $\tau_d < \tau_{s1}, \tau_{s2}, \ldots, < \tau_i$
- Analyse gebeurt via wortellijnen, Bode, Nyquist diagramma's van open lus of met regeltjes!

PID-regelaar (4)



Automatisering

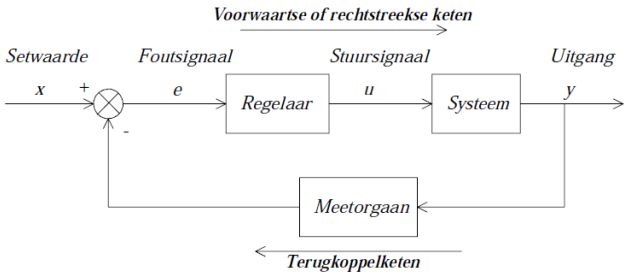
Regeltechniek: regelaarsinstellingen

Objectieven

- Hoe statische fout verkleinen?
- Hoe overgangsgedrag verbeteren?

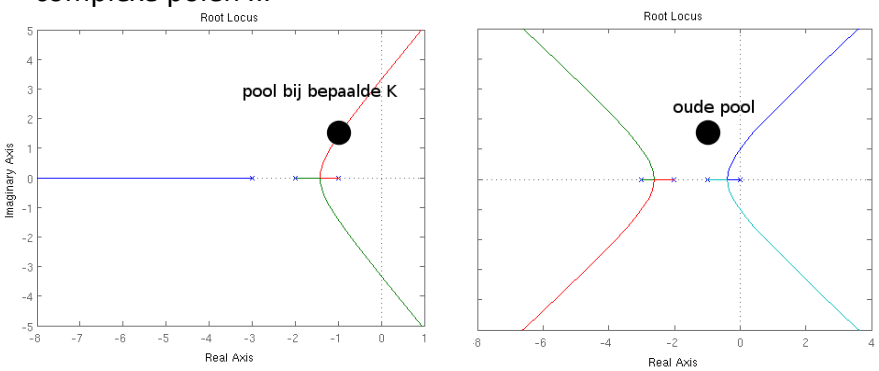
Hoe statische fout wegwerken?

- Met P-regelaar standfout verkleinen door K te verhogen.
- Door I-regelaar ($TF_r = \frac{1}{p}$) standfout wegwerken.
- Welke gevolgen ?



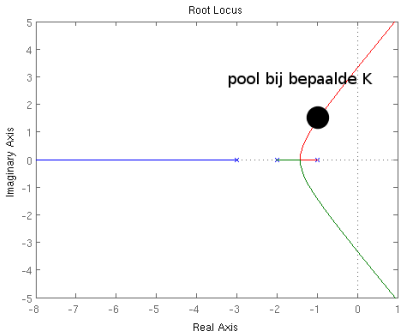
Gevolgen zuivere I-regelaar?

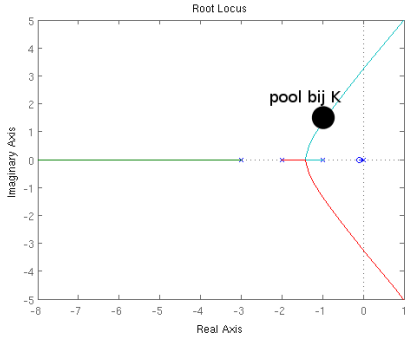
- Vergelijk wortellijnendiagramma's: $TF_r = K$ versus $TF_r = \frac{K}{p}$
- De pool van het systeem met $TF_r = K$ is verplaatst! Gevolg ?
- Nieuwe overgangsverschijnselen o.w.v. 4 toegevoegd complexe polen ...



Oplossing = PI-regelaar

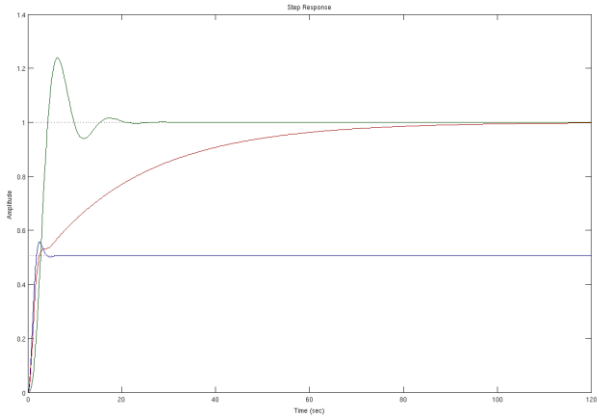
- Gewenst? standfout=0 en overgangsverschijnselen blijven dezelfde (demping = doorschot, stijgtijd, insteltijd, ...)
- Neem PI-regelaar met nulpunt dicht bij 0 !!





Overzicht PI/I cascade regelaars

- PI-regelaar heeft zelfde overgangsgedrag als P-regelaar, bij I-regelaar is dit verschillend!



Oefening PI-regelaar

Ontwerp voor het open-lus systeem

$$\frac{K}{p^3+13p^2+32p+20}$$

een PI-regelaar die standfout wegwerkt en een demping van 0,174 behoudt. We kiezen als nulpunt voor de PI-regelaar -0,1 dicht bij de compensator pool in de oorsprong.

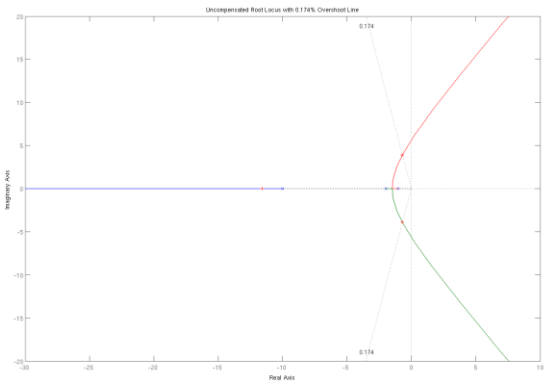
Oplossing PI-regelaar

- Ongecompenseerd systeem met P-regelaar analyseren: zoek polen bij demping 0,174

3 polen zijn
-0,702$\pm$ 3,9021i en
-11,596

K = 162,281, dus
$K_p = \frac{162,281}{20} = 8,23$

dus de standfout wordt
$\frac{1}{1+K_p} = 0,1083$

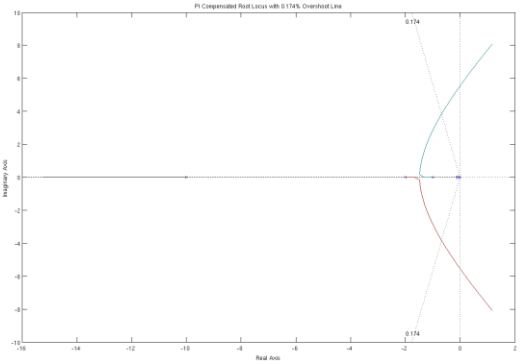


Oplossing PI-regelaar

- Voeg een PI-regelaar toe met $TF_r = \frac{0{,}1+p}{p}$
- Wortellijnendiagram:

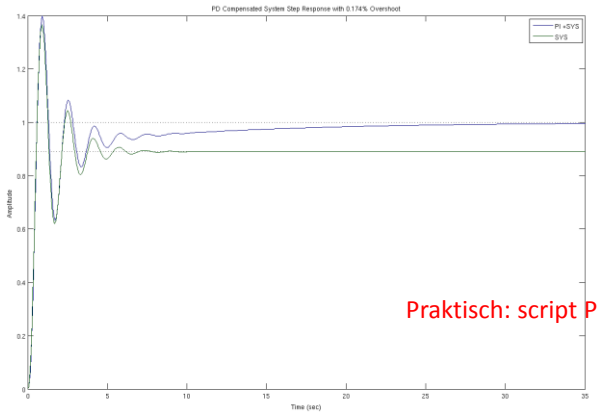
De polen van het gesloten systeem bij demping 0.174 zijn:
$-0.666 \pm 3{,}869i$,
$-11{,}57774$,
$-0{,}0904$

$K = 161{,}23$ en standfout = 0



Resultaat PI-regelaar

- Gecompenseerd systeem heeft standfout =0 en ongeveer hetzelfde overgangsgedrag !!!



Praktisch: script PI-regelaar.m op toledo

Hoe overgangsgedrag verbeteren?

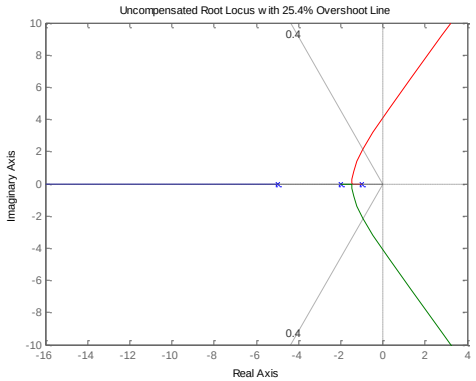
- Hoe bij P-regelaar ?
  - K aanpassen zodat demping, insteltijd bepaalde waarde krijgt
- Hoe de insteltijd verlagen en demping behouden ?

Voorbeeld PD-regelaar

- Stel een P-regelaar in open lus met $TF = \frac{K}{(p+5)(p+2)(p+1)}$

bij doorschot van 25,4% is K=22.82 en polen in -6,094 en $-0{,}953 \pm 2{,}1158i$

Hoe insteltijd ($T_s = \frac{4{,}6}{0{,}953} = 4{,}9198s$) verlagen bij zelfde demping?

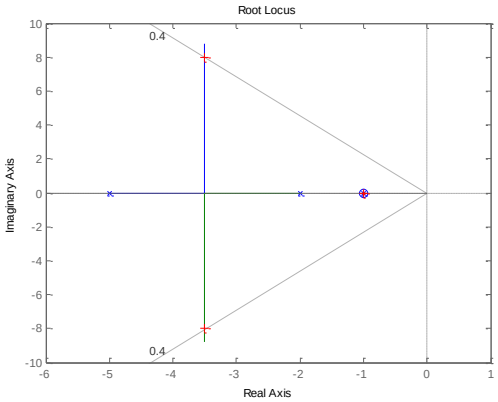


Voorbeeld PD-regelaar

- Neem nulpunt in -1: $TF_D = (1 + p)$, wortellijnendiagram wordt:

bij demping=0.4 is
K=65.98 en polen in -1
en $-3{,}5 \pm 7{,}9833i$

$T_s = \frac{4{,}6}{3{,}5} = 1{,}3143s$
(t.o.v. $4{,}9198\ s$)

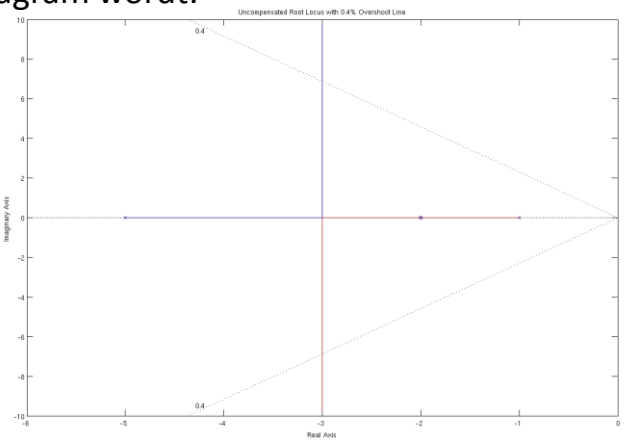


Voorbeeld PD-regelaar

- Neem nulpunt in -2: $TF_D = (2 + p)$, wortellijnendiagram wordt:

bij demping=0.4 is
K=50,4445 en
polen in -2 en
$-3 \pm 6{,}8150i$

$T_s = \frac{4{,}6}{3} = 1{,}533\text{s}$
(t.o.v. $4{,}9198s$)

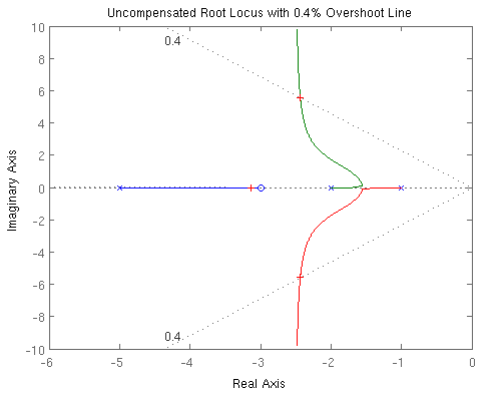


Voorbeeld PD-regelaar

- Neem nulpunt in -3: $TF_D = (3 + p)$, wortellijnendiagram

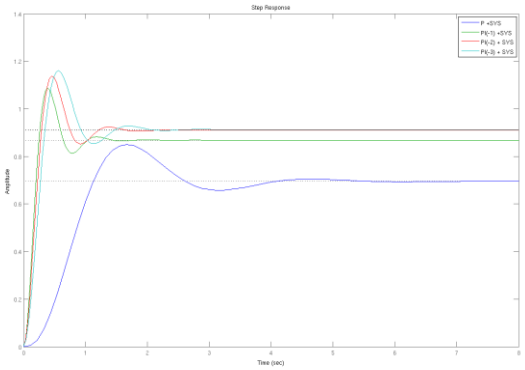
bij demping= 0,4 is
$K = 34{,}8142$ en polen in
-3,1292 en $-2{,}4354 \pm 5{,}5355i$

$$T_s = \frac{4}{2{,}4354} = 1{,}8888\text{s}\ (tov\ 4{,}9198s)$$



Overzicht voorbeelden PD-regelaar

- Pool dichtst tegen Im-as laten verdwijnen zorgt ervoor dat overgangsverschijnsel sneller verdwijnt !!



Oefening PD-regelaar

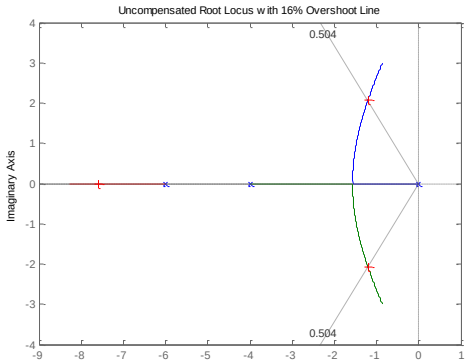
- Ontwerp voor het open-lus systeem $\frac{K}{p^3+10p^2+24p}$ een PD-regelaar die doorschot 16% levert met een verkorting van de insteltijd, nl. een insteltijd die 2x korter is dan deze van het open-lus systeem (zonder D regelaar).

Oplossing PD-regelaar

- Bepaal demping ζ bij 16% doorschot:

$$T_s = \frac{4{,}6}{\zeta\omega_n} \text{ en } D = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}, \text{ of } \zeta = \frac{-\ln(D)}{\sqrt{\pi^2+ln(D)^2)}}$$

- Zoek de K en polen in wortellijnendiagram voor $\zeta = 0{,}504$
- 3 polen zijn
  -1,2086 $\pm$2,05i
  -7,58
  en K = 42,99

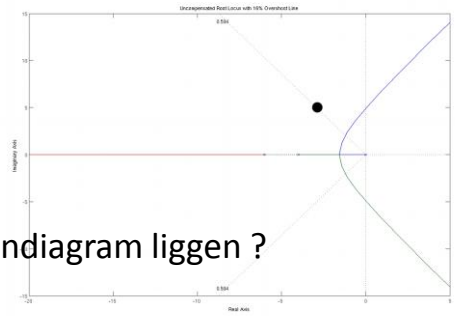


Oplossing PD-regelaar

- Is 2de orde benadering ok? -7,58 versus -1,20 is ok.
- $T_s = \frac{4,6}{1,2086} = 3,8$
- Te bekomen insteltijd $T_s' = \frac{3,8}{2} = 1,9$

Oplossing PD-regelaar

- Bij insteltijd 1,9 hoort een $\omega_n \zeta = \frac{4,6}{1,9} = 2,42$ → reële deel polenpaar
- $\omega_n = \frac{2,42}{0,5039} = 4,8\, rad/s$ dus imaginaire deel pool is $\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n = 4,15$
- Beide polen zijn $p_{1,2}^* = 2,42 \pm 4,15i$
- Bepaal een nulpunt dat zorgt dat deze polen op het wortellijnendiagram liggen ?

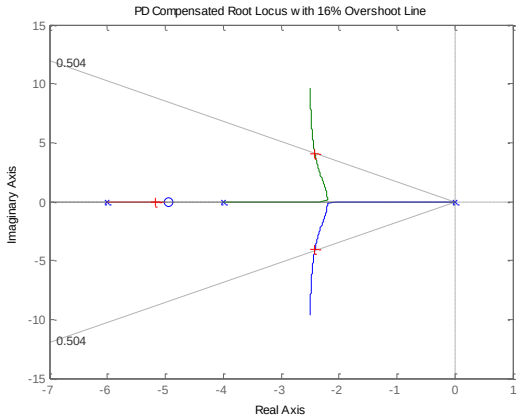


Oplossing PD-regelaar

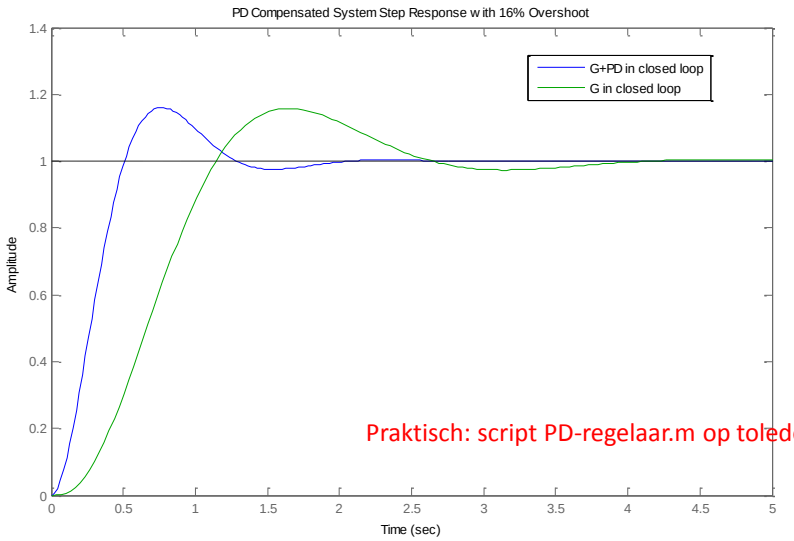
- Polen van gesloten lus dus $KG(p) = -1$ (eenheidsterugkoppeling)
- $KG_c(p_{1,2}^*)G(p_{1,2}^*) = -1$ met $G_c(p) = 1 + \tau_d p$
- $\angle G_c(p_{1,2}^*)G(p_{1,2}^*) = -180°$
- $\angle G(p_{1,2}^*) = -238{,}7°$ (eventueel via MATLAB)
- Dus kies τ_d zodanig dat $\angle G_c(p_{1,2}^*) = -180° - (-238{,}7°) = 58{,}7°$
- $\tau_d = \frac{\tan(58{,}7°)}{\omega - \tan(58{,}7°)a} =$ $\qquad (p_{1,2}^* = a \pm j\omega)$

Oplossing PD-regelaar

- Zoek de K en polen in het wortellijnendiagram van systeem+ PD-regelaar voor $\zeta = 0{,}504$
- $T_s = 1.9$



Oplossing PD-regelaar



Praktisch: script PD-regelaar.m op toledo

Hoe overgangsgedrag en standfout verbeteren?

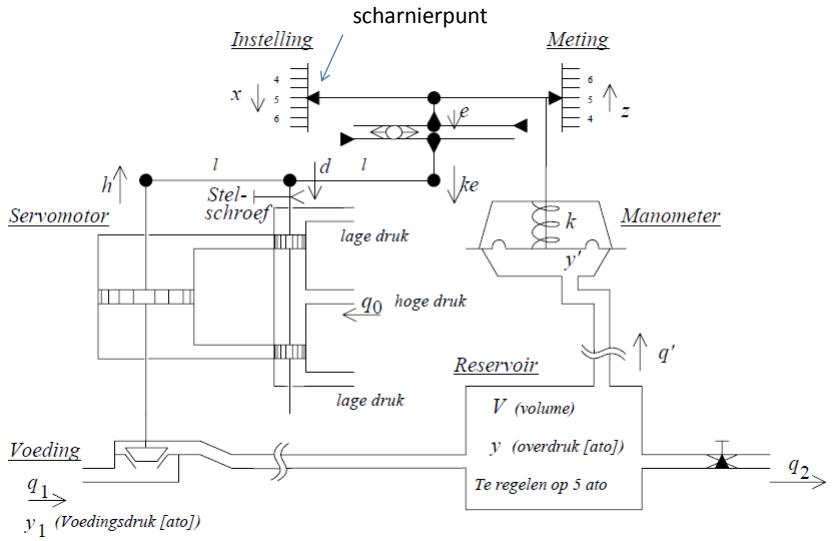
- Bepaal een PD-regelaar die aan de overgangsvoorwaarde voldoet (insteltijd, piektijd, ...)
- Bepaal een PI-regelaar die standfout wegwerkt en overgangsgedrag behoudt (startend van systeem + PD-regelaar)
- Bepaal de PID parameters aan de hand van PI en PD

...

Automatisering

Regeltechniek:
voorbeelden/toepassingen

Voorbeeld 1: Drukregeling met manometer en hydraulische servomotor



Samenvatting van de gegevens

- oppervlakte van de servomotor hoofdzuiger $S_z = 0{,}01\ m^2$
- oppervlakte van de manometer $S_m = 0{,}01\ m^2$
- volume manometer $V_m = 0{,}001\ m^3$
- manometerveerkonstante $k = 1{,}013\ 10^5\ N/m$
- voedingsdruk $y_1 = 10\ ato$
- volume reservoir $V = 5\ m^3$
- gemiddeld verbruik $\bar{q}_2 = 2\ Nm^3/s$
- oliedebiet $q_0 = 5\ 10^{-3}$ d [m³/s] met d in [m]

Modelvorming

- <u>Meetapparaat</u>

$$TF = \frac{z}{y}$$

  - Krachtevenwicht in manometer:

    $\frac{z(p)}{y'(p)} = 0{,}01\ m/ato$ (met y' het drukverschil tov 5 ato)
  - Continuïteitsvgl

    $q'(p) = \frac{d(V_M y')}{dt} = V_M \frac{dy'}{dt} + y' \frac{dV_M}{dt}$

    $\rightarrow q'(p) = V_M p y'(p) + y'_{regime} S_M p z(p)$
  - Stromingsvergelijking

    $q'(p) = k_4(y(p) - y'(p))$

$$\boxed{\frac{z(p)}{y(p)} = \frac{0{,}01}{5p+1}\frac{[m]}{[ato]}}$$

Volgende verband geldt

- In de lange leiding tussen manometer en reservoir is het debiet *q*' evenredig met het drukverschil (*y* - *y*'), de evenredigheidsconstante is gelijk aan 3.10^{-4} [Nm³/s.ato].

Modelvorming

- <u>Het reservoir met de regelklep</u>
  - $-q_1 = f(h, y)$: (experimenteel bepaald)

    $q_1 = k_2 h - k_1 y$ (door linearisatie bekomen)
  - $-q_2 = f(y)$

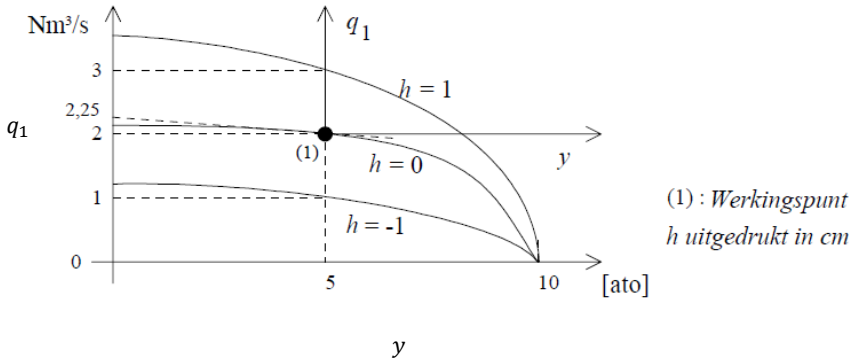
    $q_2 = k_3 y$ (door linearisatie bekomen)
  - Continuïteitsvgl

    $V\frac{dy}{dt} = q_1 - q_2 \rightarrow 5py = q_1 - q_2$

$$\boxed{\frac{y(p)}{h(p)} = \frac{400}{20p+1}\frac{[ato]}{[m]}}$$

Volgende verbanden gelden

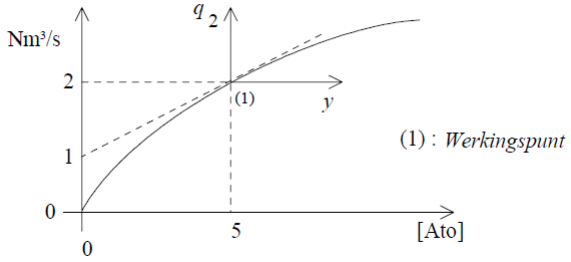
- Experimenteel opgenomen verband tussen q_1, y en h



y

Volgende verbanden gelden

- Experimenteel opgenomen verband tussen q_2, y

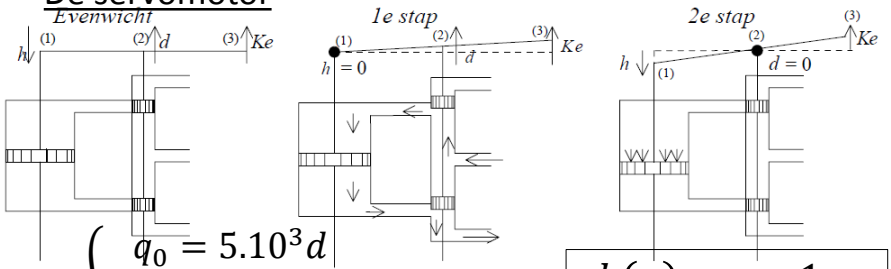


Modelvorming

- <u>Vergelijkingsorgaan en de mechanische versterking</u>

$$-e = \frac{x-z}{2} \text{ of } Ke = \frac{K(x-z)}{2}$$

- <u>De servomotor</u>

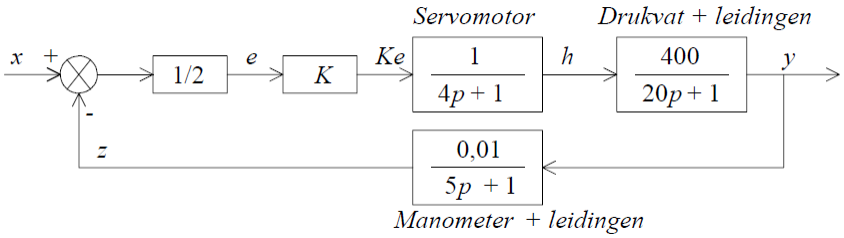


$$\begin{cases} q_0 = 5.10^3 d \\ d = (Ke - h)/2 \\ q_0 = S_z p h \end{cases}$$

$$\frac{h(p)}{Ke(p)} = \frac{1}{4p+1}$$

Modelvorming

- De totale regelkring



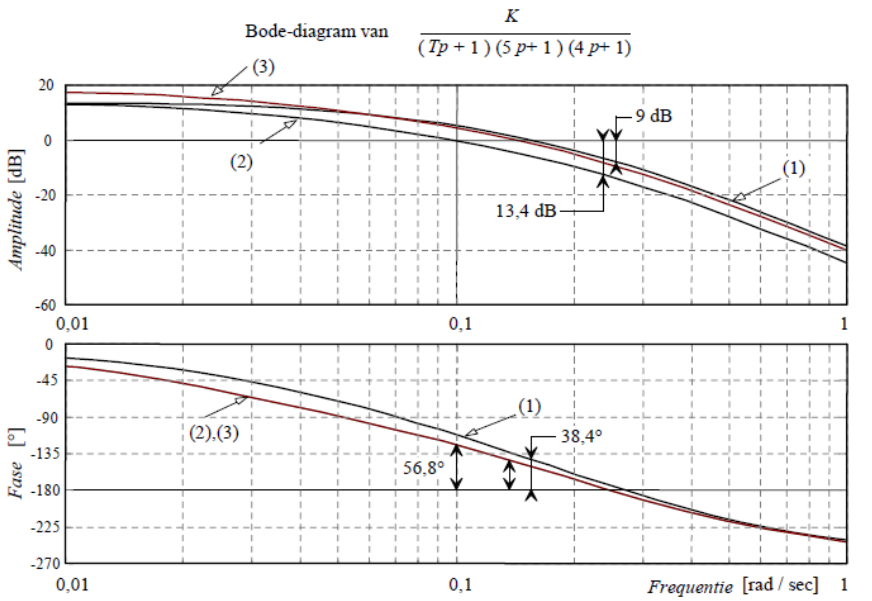
- Het open systeem *KGH* is een derde orde systeem met tijdconstanten $\tau_1 = 20$ s, $\tau_2 = 5$ s en $\tau_3 = 4\ s$
- De statische versterking is $2K$ ($= K'$) .

Opgave

- Bepaal de versterking *K'* zodanig dat de AM voor de regelkring uit vorig slide 9 dB bedraagt.
- Toon aan dat een verbetering van de regelkring mogelijk is door de grootste tijdconstante te verdubbelen van 20 naar 40 sec en de AM terug op dezelfde grootte af te stellen.
- Welke invloed heeft deze verandering op de eigenschappen van de regellus?

(1) T= 20, K = 4,85	(2) T= 40, K = 4,85	*(3) T= 40, K = 8,05*
AM = 9 dB bij 0,27 r/s	AM = 13,4 dB bij 0,25 r/s	*AM = 9 dB bij 0,25 r/s*
FM = 38,4° bij 0,15 r/s	FM = 56,8° bij 0,10 r/s	*FM = 32,6° bij 0,14 r/s*

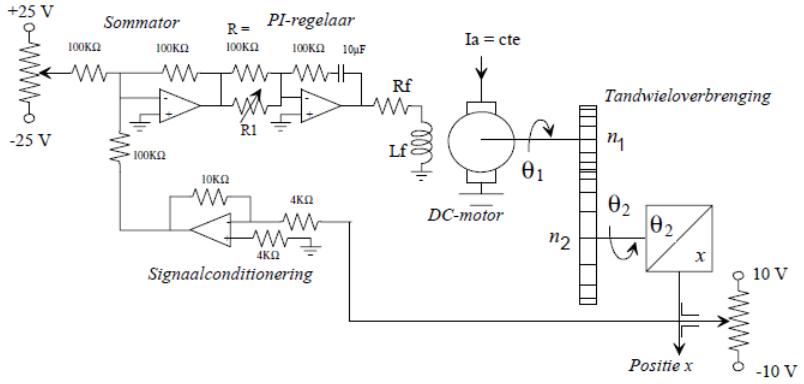
Oplossing



Opmerkingen

- Het verdubbelen van de grootste tijdconstante komt voor de gegeven regelkring fysisch overeen met een dubbel zo groot reservoir.
- Analoog aan de vorige opgave kan een regellus rond een aaneenschakeling van drie eerste orde systemen in snelheid verbeterd worden door de tweede tijdconstante te verkleinen en de versterking aan te passen.
- In alle gevallen zal het verkleinen van een eventuele dode tijd steeds voordelig zijn.

Voorbeeld 2: Positionering via veldgestuurde DC-motor



Specificaties

- De positie x is instelbaar over een gebied van 50 cm.
- $1 + \frac{R}{R_1} = K$
- De veldweerstand van de motor 1 Ω , de veldinductantie = 1H,
- Koppelcte x fluxcte x Ia = 10 Nm/A.
- Het traagheidsmoment van het anker = 0,3 Nms² en de wrijvingscoëfficiënt = 0,5 Nms.
- Tandwielkast heeft overbrengingsverhouding van $\frac{n_1}{n_2} = 20$. Op ingaande as bedraagt wrijvingscoëfficiënt van belasting 1,5 Nms. Het traagheidsmoment van belasting is 0,7 Nms², de torsieveercte = 2 Nm.
- Een hoekverdraaiing van de uitgaande as wordt omgezet in een lineaire verplaatsing x als volgt: 1 omwenteling van de uitgaande as geeft een verplaatsing van 125,66 mm.

Modelvorming

- Zuivere sommator
- TF regelaar: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{R+\frac{1}{pC}}{\frac{RR_1}{R+R_1}} = \frac{1+RCp}{RCp}\frac{R+R_1}{R_1} = K(1 + \frac{1}{RCp})$
- TF spanning over inductantie tov de V_2 regelaar

$$\frac{V_f}{V_2} = \frac{pL_f}{R_f + pL_f} = \frac{p}{1+p}$$

- I door de veldinducantie: $\frac{I_f}{V_f} = \frac{1}{p}$
- I door veldinductantie wekt flux op die motormoment bepaalt bij constante I: $M_a = k_m \Phi I_a = k_m k_\Phi I_a I_f \rightarrow \frac{M_a}{I_f} = 10$

Modelvorming

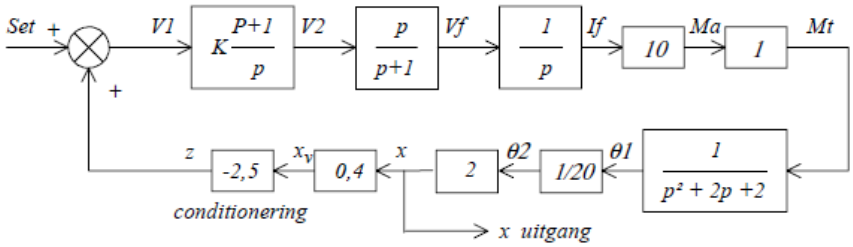
- Motormoment moet gelijk zijn aan tegenwerkend moment dat bekomen wordt via de momentenvgl

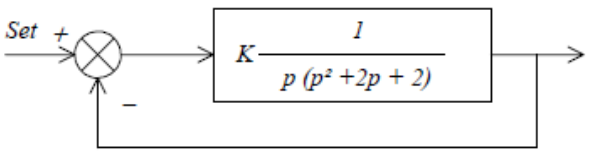
$$M_a = M_t = (J_a + J_l)\alpha + (b_a + b_l)\omega + k\theta \rightarrow \frac{\theta_1}{M_t}$$

$$= \frac{1}{p^2 + 2p + 2}$$

- Overbrenging: $\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{1}{20}$
- Kogelomloopmoer (rotatie→translatie): $\frac{x}{\theta_2} = 2\ \left[\frac{cm}{rad}\right]$
- Pot-meter: $\Delta 50cm\ \sim \Delta 20V$: $\frac{x_v}{x} = 0{,}4\ [\frac{V}{cm}]$
- Signaalconditionering: $\frac{z}{x_v} = 2{,}5$

Modelvorming



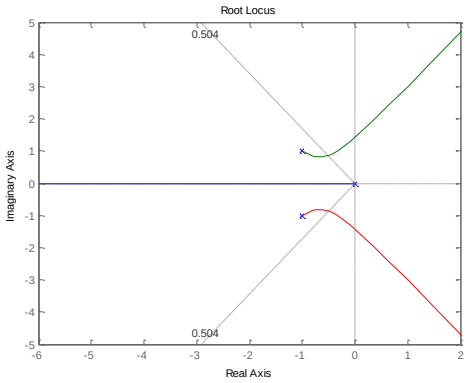


Gevraagd

1. Gegeven het wortellijnendiagram, bereken de versterking *K* zodanig dat de overshoot (bij de staprespons) kleiner blijft dan 16%.
2. Gegeven het Nichols-diagram (*K* = 1), bepaal de waarde van *K* opdat de fasemarge 40° zou zijn.
3. Schets het Bode-diagram van het gesloten systeem voor de *K*-waarde berekend onder vorig punt (gebruik hiervoor de gegeven versterkings- en faseverschuivingslijnen in het Nichols-diagram met M- en N-cirkels).

Oplossing: punt 1

- D=16% → $\zeta = 0{,}504$
- `KGH=tf([1],[1 2 2 0]);`
  `rlocus(G);sgrid(0.504,0)`
- Voorwaarden:
  - $|a| = \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\omega$
    met $(p = a + j\omega)$
  - $KGH(a + j\omega) = -1$
- Stelsel van 3 vgl. en 3 onbekenden →
  - p=0,504+j 0,8637
  - K=0,992

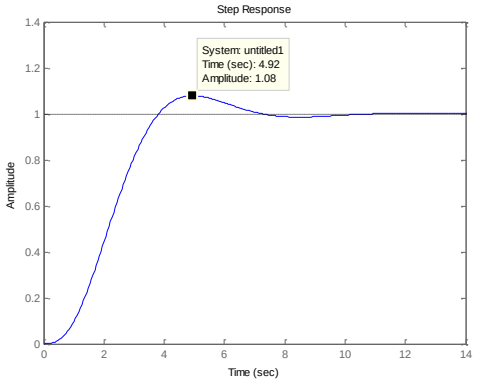


Oplossing: punt 1

- Ter controle gesimuleerde staprespons met K=0,992

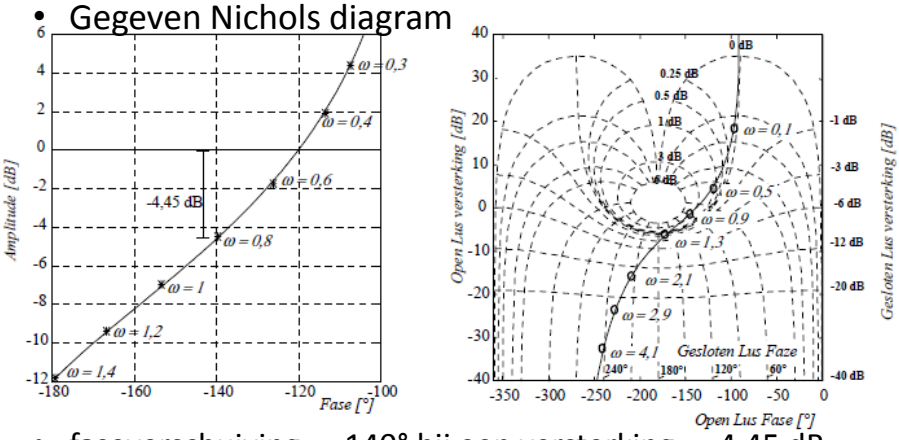
```
step(feedback(G*K,1))
```

- Doorschot is minder dan 16%, waarom?



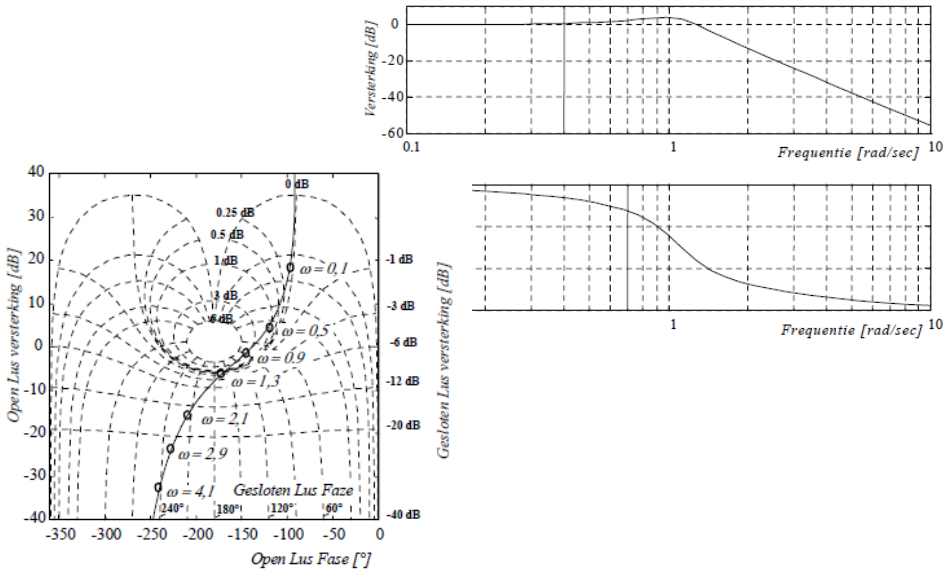
Oplossing: punt 2

- Gegeven Nichols diagram



- faseverschuiving = -140° bij een versterking = -4,45 dB = 0,6. Om een FM = 40° te bekomen moet dus een versterking van 1/0,6 = 1,67 ingesteld worden.

Oplossing: punt 3

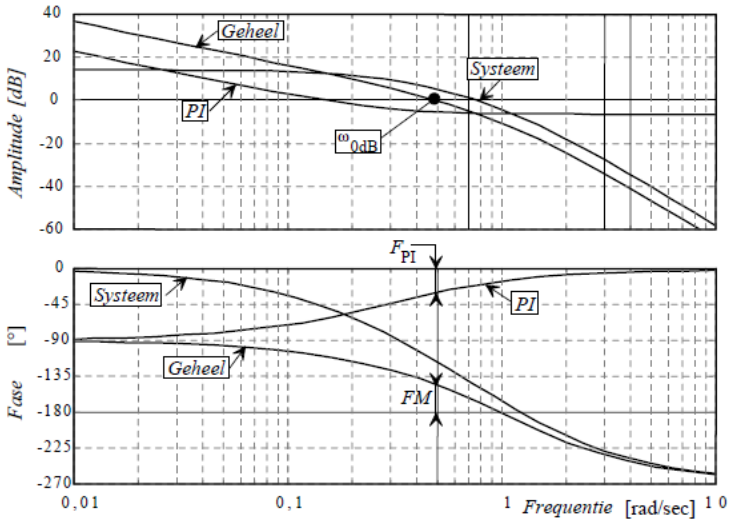


Voorbeeld 3: ontwerp van een PI-regelaar

- Bepaal K_r, τ_i, voor een gegeven systeem zodat $\angle TF_{PI}(j\omega_{0dB}) = -F_{PI}$
- Oplossingsstrategie:
  - Zoek ω^* die later ω_{0dB} moet worden. Op ω^* heeft het systeem een fasenaijling van $-180° + FM + |F_{PI}|$
  - Bepaal τ_i zodanig dat de PI-regelaar een fasenaijling heeft gelijk aan F_{PI} op de pulsatie ω^*
  - Bepaal K_r zodanig dat $\omega^* \rightarrow \omega_{0dB}$ voor het geheel van systeem + regelaar
  - Verifieer de oplossing mbv bode diagramma

Voorbeeld 3: oefening

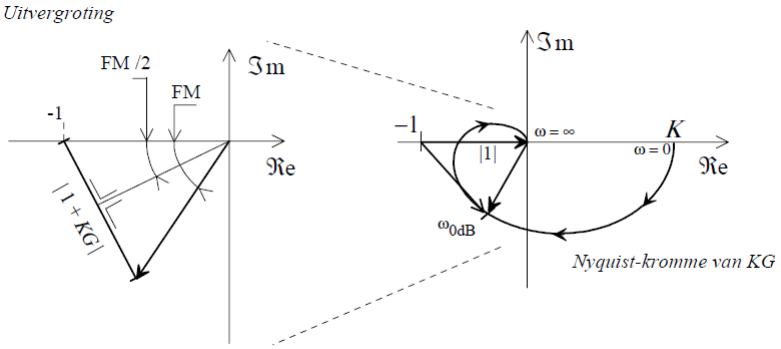
- Gegeven:
  - Systeem: $G(p) = \frac{5}{(4p+1)(p+1)^2}$
  - FM=35°
  - $F_{PI} = 30°$ bij ω_{0dB}



- $\omega_{0dB} = 0{,}49\frac{r}{s}, \tau_i = 3{,}53s$ en $K_r = 0{,}47 = -6{,}5dB$

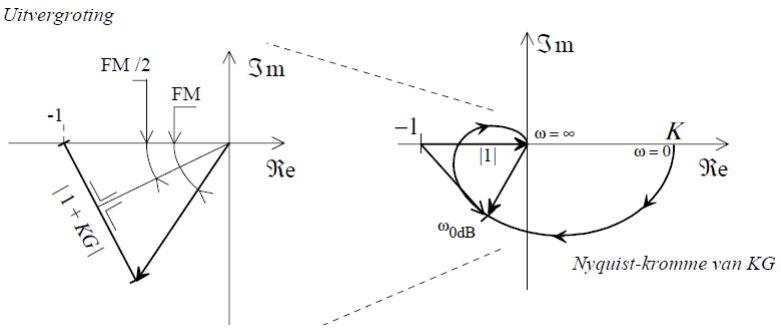
Verband FM en resonantiepiek van gesloten systeem

- $|TF_g| = \frac{|KG|}{|1+KG|}$ (eenheidsterugkoppeling)
- bij $\omega_{0dB} \rightarrow |KG| = 1$
- $|1 + KG|$ volgt uit FM zie Nyquist



Verband FM en resonantiepiek van gesloten systeem

- $|1 + KG| = 2 \sin\frac{FM}{2} \rightarrow |TF_g(\omega_{0dB})| = \frac{1}{|1+KG|}$
  $= \frac{1}{2 \sin\frac{FM}{2}}$
- Indien FM afneemt stijgt amplitude op ω_{0dB}



Verband FM en resonantiepiek van gesloten systeem

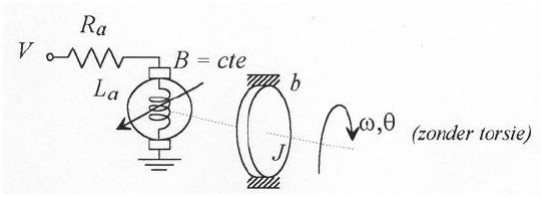
- Bij goed geregelde systemen (FM voldoende groot) → resonantiepulsatie $\approx \omega_{0dB}$
- $M_s \geq \frac{1}{2\sin\frac{FM}{2}}$ (met M_s de resonantiepiek)
- FM is geeft minimumgrens voor resonantiepiek
- omgekeerd geeft een maximum toegelaten M_s een minimumgrens voor FM

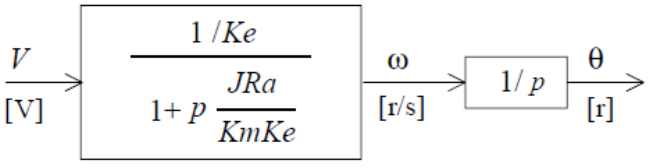
$FM \geq 2bgsin\frac{1}{2M_s}$

(is noodzakelijk maar niet voldoende VW)

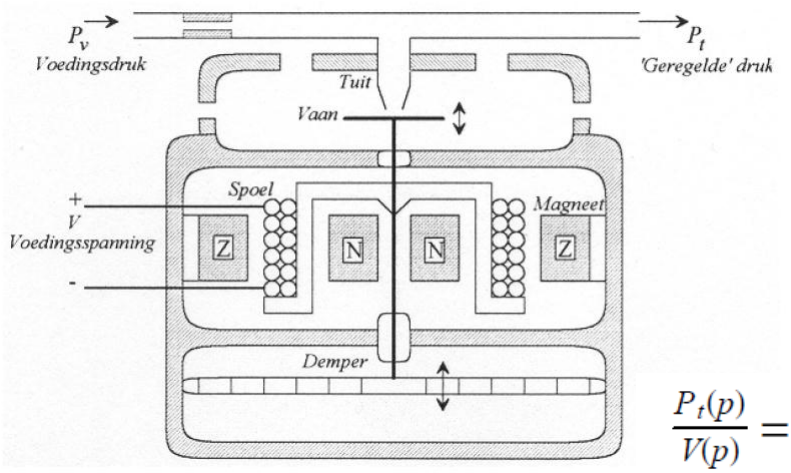
Vb: FM=30° geeft $M_s \geq 1{,}93 = 5{,}7dB$

Ankergestuurde DC motor





Elektrisch-pneumatische omvormer



$$\frac{P_t(p)}{V(p)} = \frac{K}{1+\tau p}$$

Automatisering

Regeltechniek: systeemidentificatie
en regelaarsinstelling

Inhoud

- Regelaarinstelling 1
  - Trial & error
  - Ziegler-Nichols
- Regelaarinstelling 2
  - Rudimentaire identificatiemethodes
  - Bedragsoptimum
  - Symmetrisch optimum

Regelaarinstelling 1: trial & error

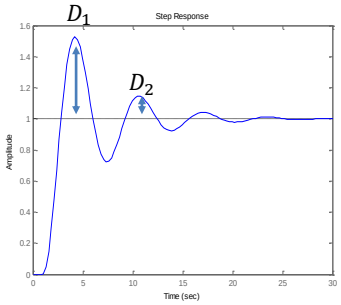
- Regeltjes:
  - Stel eerst de P-waarde in zodat de standfout minimaal is en de regelaar na 2-3 slingeringen redelijk stabiel is (hoge versterking).
  - Voer de I-waarde op totdat de regelaar redelijk snel op de goede eindwaarde komt.
  - Stel de D-waarde in zodat de regelaar sneller op de gewenste waarde komt zonder dat de regeling te onrustig wordt.

Regelaarinstelling 1: trial & error

- Opmerking:
  - Voor processen met veel storing bij een D-actie → gebruik PI regeling (bv. bij elektromotoren)
  - Gegeven dat elke parameter (P,I,D) typisch kan variëren van 0,01 tot 100 en dat de vertragingstijden in het proces groot kunnen zijn kan dit een langdurige opgave zijn

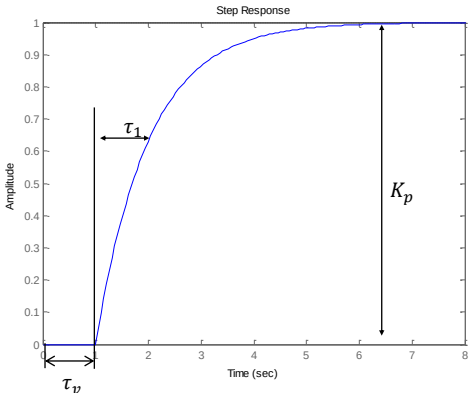
Regelaarinstelling 1: Ziegler-Nichols

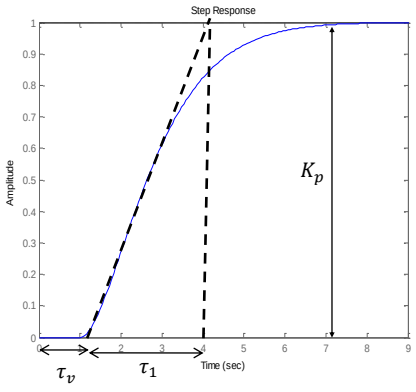
- Empirisch → verval ratio $= \frac{D_1}{D_2} \approx \frac{1}{4}$ en standfout=0 is ok
- Geef vuistregeltjes zodat aan bovenstaande regel tegemoet gekomen wordt



Regelaarinstelling 1: Ziegler-Nichols

- Gebaseerd op stapresponsie van het ongeregelde systeem
  - Bepaal experimenteel parameters τ_1, K_p, τ_v





Regelaarinstelling 1: Ziegler-Nichols

– Gebruik parameters voor regelaarsinstelling aan de hand van onderstaande tabel.

	$K_r K_p$	$P = K_r$	τ_i	$I = \frac{K_r}{\tau_i}$	τ_d	$D = K_r \tau_d$
P	$\frac{\tau_1}{\tau_v}$	$\frac{\tau_1}{\tau_v K_p}$	-	-	-	-
PI	$\frac{0{,}9\tau_1}{\tau_v}$	$\frac{0{,}9\tau_1}{\tau_v K_p}$	$3{,}3\tau_v$	$\frac{K_r}{3{,}3\tau_v}$	-	-
PID	$\frac{1{,}2\tau_1}{\tau_v}$	$\frac{1{,}2\tau_1}{\tau_v K_p}$	$2\tau_v$	$\frac{K_r}{2\tau_v}$	$0{,}5\tau_v$	$0{,}5K_r\,\tau_v$

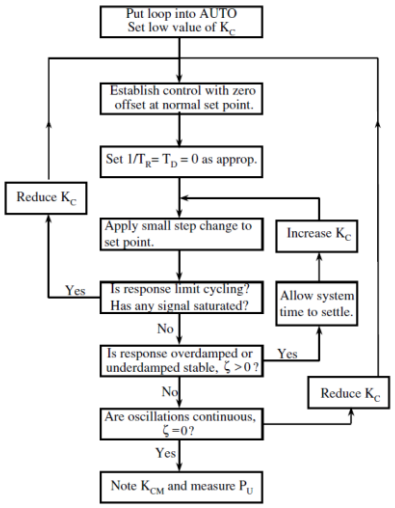
(onnauwkeurig vooral bij veel stoorsignalen) en grote stap (proces kan anders reageren indien instelling te ver van het werkingspunt)

– Zie bv. ook Cohen en Coon tabel → andere formules

– In *Tan et al. 2006, "Comparison of some well-known PID tuning formulas"*

Regelaarinstelling 1: Ziegler-Nichols

– Gebaseerd op proportioneel geregeld systeem



- Maak het geregelde systeem marginaal stabiel
- Vervolgens zoek $T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$ en K_m
- Stel regelaar in volgens onderstaande tabel

	K_r	τ_i	τ_d
P	$\frac{K_m}{2{,}0}$	-	-
PI	$\frac{K_m}{2{,}2}$	$\frac{T_p}{1{,}2}$	-
PID	$\frac{K_m}{1{,}7}$	$\frac{T_p}{2{,}0}$	$\frac{T_p}{8{,}0}$

Regelaarinstelling 1: Ziegler-Nichols

- Opmerkingen:
  - De amplitude van de oscillaties hangt af van het proces en kan niet gecontroleerd worden → aanvaardbaar?
  - Systeem marginaal stabiel maken zal niet kunnen tijdens productie!
  - Let op voor stoorsignalen, andere in cascade geschakelde regelaars, tijdens de instelling
  - Tijdens de instelling moeten de I en D actie van de regelaar afgezet worden → $\tau_d = min$ en $\tau_i = max$
  - Resultaat moet sinusoïdale oscillaties met constante amplitude geven verwar niet met limietcycli ten gevolge van niet-lineariteiten.
    - limietcycli niet-sinusoïdale oscillaties met constante amplitude
    - check regelaarsuitgang!!

Regelaarinstelling 1: Ziegler-Nichols

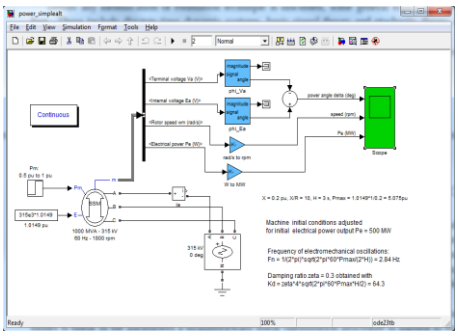
- Omdat het een empirische methode is, worden de regelaarparameters niet optimaal geschat.
- Opmerking: veel digitale regelaars kunnen zelfstandig een optimum vinden ("**autotuning"**). Hiervoor wordt vaak Ziegler-Nichols gebruikt. Tijdens de autotuning wordt de regelfunctie even uitgezet om de instelling te berekenen via een stapresponsie.

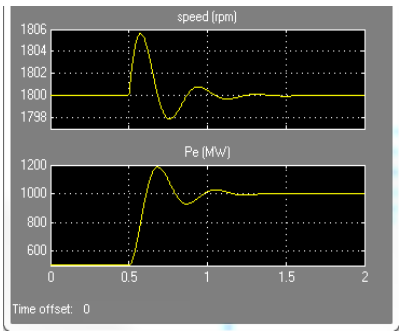
Regelaarinstelling 2

- Zoek instelling mbv transfer functie van te regelen systeem
- Transferfunctie moet gekend zijn → kan benaderd worden met:
  - stapresponse
  - bode plot

Rudimentaire systeemidentificatie

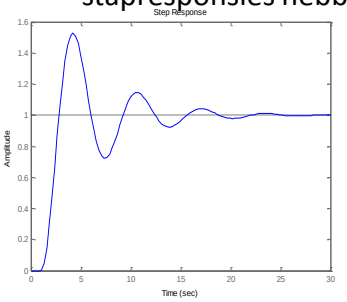
- Mechanisch vermogen vb.: (`power_simplealt`)

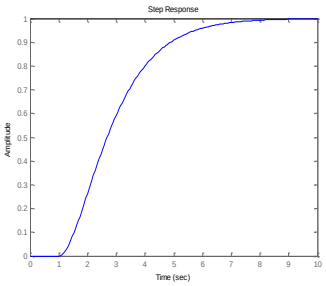




Rudimentaire systeemidentificatie

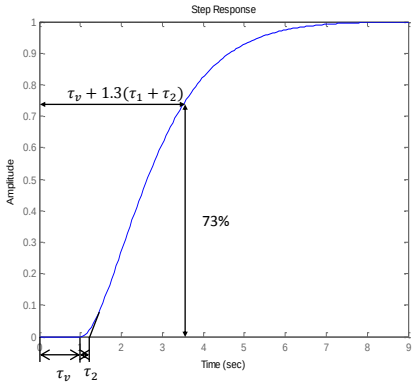
- Met stapresponsie
  - Eerste orde systeem heeft een herkenbare stapresponsie (bepaal τ en K grafisch).
  - Kan ook toegepast worden voor hogere orde processen, maar benadering nodig indien orde > 2
  - Een standaard 2de orde systeem met dode tijd kan volgende stapresponsies hebben





Rudimentaire systeemidentificatie

- Voor een 2de orde systeem zonder doorschot ($\zeta \geq 1$), is de stapresponsie 73% bij $t = \tau_v + 1.3(\tau_1 + \tau_2)$ [Cool,Schijff, Viersma,1991]
- Lineariseer de exponentiële functie om τ_2 te vinden; τ_v kan makkelijk gevonden worden; dus τ_1 kan berekend worden.



Rudimentaire systeemidentificatie

– Voor een 2de orde process zonder doorschot ($\zeta \geq 1$)→ kan het process gezien worden als 2 in cascade geschakelde 1ste orde processen.

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_n\left(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)}$$

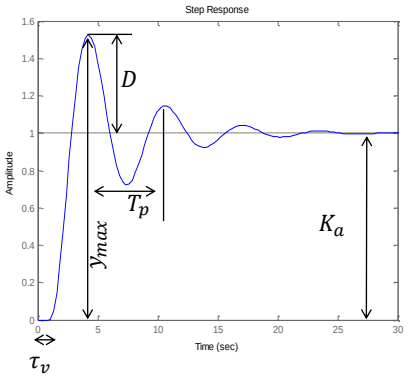
$$\tau_2 = \frac{1}{\omega_n\left(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)}$$

of

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}} \; and \; \zeta = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$$

Rudimentaire systeemidentificatie

– Als $\zeta < 1$ dan kunnen we het systeem identificeren door het meten van het doorschot.



Mechanisch vermogen vb. :

$$\tau_v = 0$$

$$K_a = 1000 - 505 = 495$$

$$K_p = \frac{495}{0.5} = 990$$

$$D = \frac{y_{max} - K_a}{K_a} = \frac{680 - 495}{495} = 0.37$$

Verband D and ζ

$$\zeta = -\frac{\ln(D)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(D)}} = 0.303$$

De gedempte eigenpulsatie kan bepaald worden door T_p=0.35 ms

$$\omega_p = 2\pi \frac{1}{T_p} = 2\pi 2.86Hz = 18 \, rad/s$$

Rudimentaire systeemidentificatie

$$\omega_p = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \Rightarrow \omega_n = \frac{\omega_p}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{18}{\sqrt{1-0.303^2}} = 18.88\frac{rad}{s}$$

In de standaardvorm geeft dit

$$G(s) = \frac{\omega_n^2 K_p}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{352890}{s^2 + 11.4s + 365.5}$$

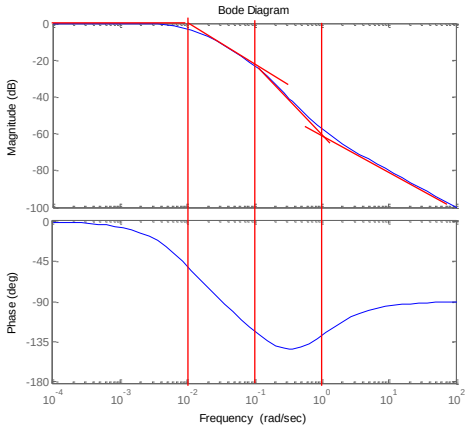
Rudimentaire systeemidentificatie

- Met een bode plot
  - Gebruik een breedbandig ingangssignaal → maak bodeplot
  - Teken asymptoten, de snijding bepaalt de eigenfrequentie
  - Indien daling asymptoot 20dB/decade → 1ste orde proces

Rudimentaire systeemidentificatie

– 2de orde process:
  - $\zeta \leq 1$→ daling 40dB/decade voor frequenties na de eigenfrequentie
  - $\zeta > 1$→ zie figuur

Oplossing: $\frac{p+1}{(10p+1)(100p+1)}$



Rudimentaire systeemidentificatie

– Opmerking: in de meeste gevallen zijn de 'knie'-punten niet zo makkelijk te vinden…

Bedragsoptimum

- Doel? regelaar ontwikkelen die snel, juist en zonder veel overgangsverschijnselen de gewenste waarde bereikt
- Hoe? Optimaliseren: bedrags- vs. symmetrisch optimum

Bedragsoptimum

- Beschouw een karakteristiek van 2de orde systeem:

$$TF = H(p) = \frac{a_0}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}$$

- Ideaal gedrag? $|TF(j\omega)| = 1$
- Waarom? regelaar volgt perfect referentie (geen vertraging, doorschot, …)
- Voorwaarde?

$$|H(j\omega)| = \sqrt{\frac{a_0^2}{a_0^2 + \omega^2(a_1^2 - 2a_0a_2) + \omega^4 a_2^2}} = 1$$

- Nodige voorwaarden? ~~$a_2 = 0$~~ en $a_1^2 - 2a_0a_2 = 0$

Bedragsoptimum

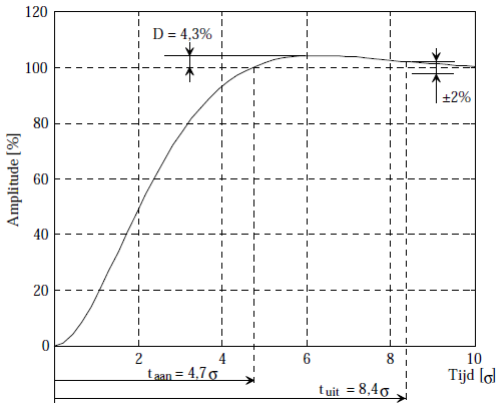
- Om zo lang mogelijk aan VW te voldoen neem: $a_1 = \sqrt{2a_0a_2}$
- Resultaat? $H(p)_{opt} = \frac{a_0}{a_0+p\sqrt{2a_0a_2}+p^2a_2} = \frac{1}{1+p\sqrt{\frac{2a_2}{a_0}}+p^2\left(\frac{a_2}{a_0}\right)}$
- Dit geeft $\omega_n = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$ en $\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$ d.w.z. 4% doorschot
- Door $2\sigma = \sqrt{\frac{2a_2}{a_0}}$ te stellen krijgen we standaard BO vorm

$$H(p)_{BO} = \frac{1}{1+p2\sigma+p^2 2\sigma^2}$$

- Voor een openketen met $H = 1$ is dit: $H(p)_{BO\,open} = \frac{1}{p2\sigma(1+p\sigma)}$

Bedragsoptimum

- $H(p)_{BO\,open} = \frac{1}{p2\sigma(1+p\sigma)}$
- Een regelkring met bovenstaande TF zal men nastreven $K_r, \tau_i, \tau_d \rightarrow K_r\left(1+\frac{1}{\tau_i p}\right)(1+\tau_d p) \times TF_{systeem} = \frac{1}{2p\sigma(1+p\sigma)}$



Bedragsoptimum

- Bij toepassing van een I-regelaar mag het systeem geen zuivere integrator meer bevatten voor het BO te kunnen bepalen ? Maar 1 integrator in openlus systeem mogelijk:

$$H(p)_{BO_open} = \frac{1}{p2\sigma(1+p\sigma)}$$

- Bij PI- of PID-regelaar moet de I of de D-actie respectievelijk de grootste en eventueel de 2de grootste τ compenseren. Hierdoor kan voor de som van (ongecompenseerde) kleinsten genomen worden.
- Een BO geoptimaliseerde kring kan vereenvoudigd worden tot een 1e orde systeem met $\tau = 2\sigma$.

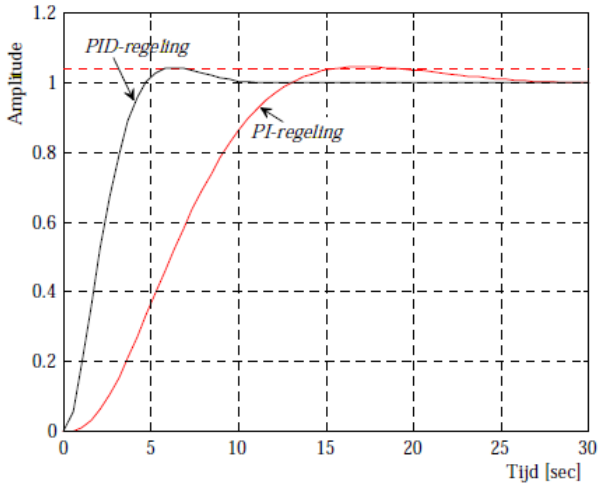
Bedragsoptimum

- Praktisch:
  - neem voor τ_i de grootste tijdsconstante van G
  - neem voor τ_d de tweede grootste tijdsconstante
  - neem alle overige tijdscontanten (som) in σ

- Oefeningen

Bedragsoptimum

- Oefening 3



Symmetrisch optimum

- Beschouw een karakteristiek van 3de orde systeem

$$TF = H(p) = \frac{a_0 + pa_1}{a_0 + pa_1 + p^2a_2 + p^3a_3}$$

- Ideaal gedrag? $|TF(\omega)| = 1$
- Voorwaarde?

$$|H(j\omega)| = \sqrt{\frac{a_0^2+\omega^2a_1^2}{a_0^2+\omega^2(a_1^2-2a_0a_2)+\omega^4(a_2^2-2a_1a_3)+\omega^6a_3^2}} = 1$$

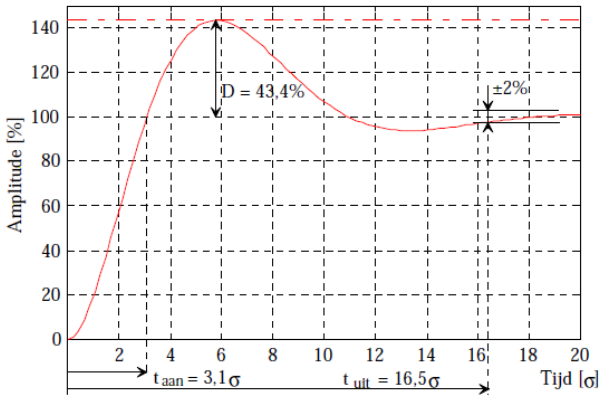
Symmetrisch optimum

- Nodige voorwaarden? $a_1 = 0$, $a_3 = 0$, $a_1^2 = 2a_0a_2$ en $a_2^2 = 2a_1a_3 \rightarrow a_3 = \frac{\left(\frac{a_1^2}{2a_0}\right)^2}{2a_1} = \frac{a_1^3}{8a_0^2}$
- Resultaat?

$$H(p)_{opt} = \frac{1 + p\frac{a_1}{a_0}}{1 + p\frac{a_1}{a_0} + p^2\frac{a_1^2}{2a_0^2} + p^3\frac{a_1^3}{8a_0^3}} = \frac{1 + p4\sigma}{1 + p4\sigma + p^2 8\sigma^2 + p^3 8\sigma^3} \; (met\ 4\sigma = \frac{a_1}{a_0})$$

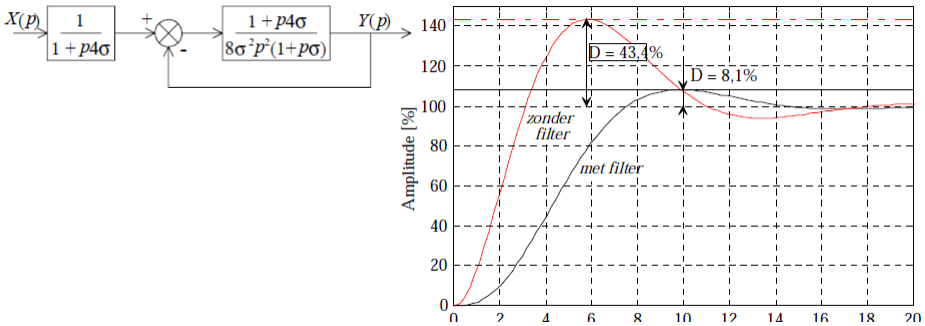
Symmetrisch optimum

- Voor een open keten met H=1 is dit
- $H(p)_{SO_open} = \frac{1+p4\sigma}{8\sigma^2 p^2(1+p\sigma)}$



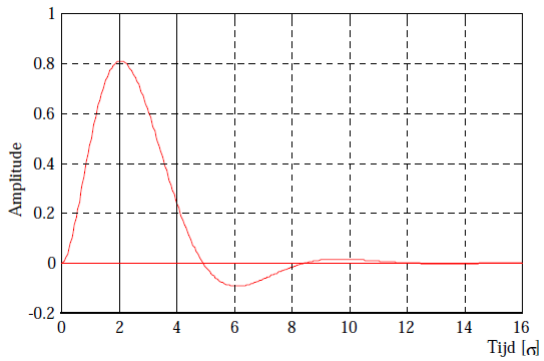
Symmetrisch optimum

- Snelheidsfout gaat naar 0 door dubbele integratie op gesl. kring
- Probleem: zeer groot doorschot (43,3%)
- Oplossing: vertraging ingangssignaal via filter met als tijdsconstante 4σ zodat het nulpunt (differentiator) wordt ingeperkt !! Gevolg: 8.1% doorschot



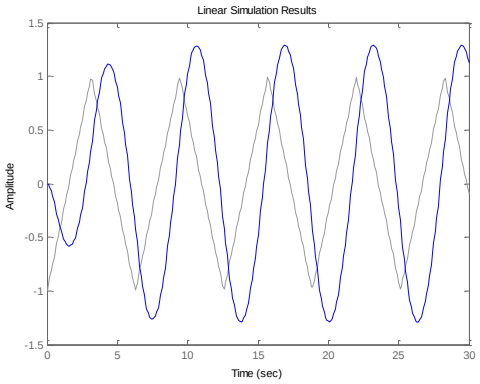
Symmetrisch optimum

- Praktisch:
  - neem als τ_i de grootste tijdsconstante van G
  - neem als τ_d de tweede grootste tijdsconstante
  - neem voor σ de som van alle overige tijdsconstanten
- Oefeningen



Symmetrisch optimum

- Oefeningen




```
G=tf([2 1],[1 2 0 0]);
t=0:0.1:30;u=sawtooth(t,0.5);
lsim(feedback(G,1),u,t);
```

Overzicht

- K_p is versterking, τ_1 de grootste tijdscte, τ_2 de kleinste tijdscte en σ de som van de overige tijdsconstantes

	soort regelaar	eigenschappen van proces	instelling regelaar
BEDRAGSOPTIMUM	P	$\tau_1 >> \sigma$	$K_r = \tau_1/(2K_p\sigma)$
	PI	$\tau_1 \leq 4\sigma$	$\tau_i = \tau_1$ $K_r = \tau_1/(2K_p\sigma)$
	PID	$\tau_1 \leq 4(\tau_2 + \sigma)$	$\tau_i = \tau_1$ $\tau_d = \tau_2$ $K_r = \tau_1/(2K_p\sigma)$
SYMMETRISCH OPTIMUM	PI	integrator τ_1 of $\tau_1 > 4\sigma$	$\tau_i = 4\sigma$ $K_r = \tau_1/(2K_p\sigma)$
	PID	integrator τ_1 en τ_2 of $\tau_1 > 4(\tau_2 + \sigma)$	$\tau_i = 4\sigma$ $\tau_d = \tau_2$ $K_r = \tau_1/(2K_p\sigma)$

Tabel 6.1: Keuze van regelaar en bijbehorende instelling.

Comparison of some well-known PID tuning formulas

- See Tan et al. 2006

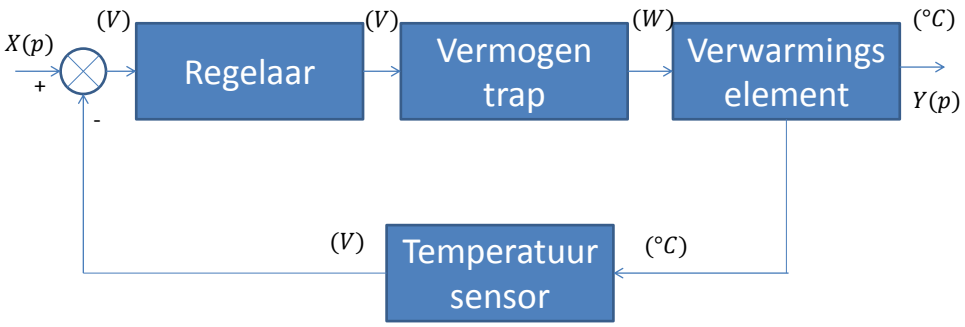
Automatisering

Regeltechniek:

Voorbeeld van een temperatuursregeling

Het te regelen proces

- Temperatuursregeling



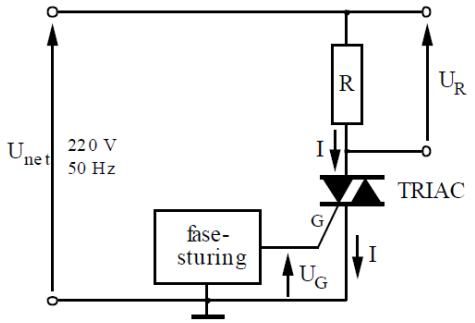
Verwarmingselement

- Veronderstel een haardroger waar het verwarmingselement kan geregeld worden en de ventilator een constant toerental heeft.
- In dit geval zal de transferfunctie tussen toegevoerde elektrische vermogen en temperatuur een 1ste orde gedrag vertonen.

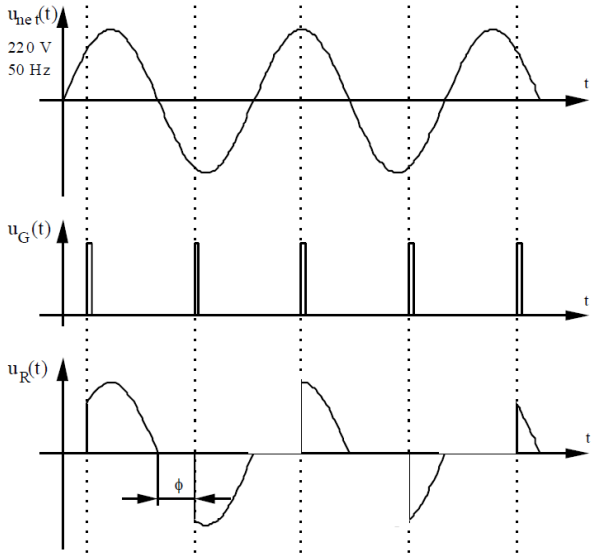
$$TF = \frac{K_v}{1 + \tau_v p}$$

Vermogentrap

- Zorgt ervoor dat elektrisch vermogen, door de haardroger opgenomen, geregeld kan worden tss. 0 en P_{max}.
- Vermogenstrap wordt aangestuurd vanuit de regelaar.
- Voorbeeld: TRIAC hakker



Dubbelzijdige vermogenssturing



TF: P ifv ontstekingshoek

- Het effectieve vermogen is gedefinieerd als:

$$P_{eff} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} u_r(t).i_r(t).dt$$

met $u_R(t) = 0 \qquad 0 \le \omega t < \phi$

$u_R(t) = \mathrm{U_{eff}}.\sqrt{2}.\sin(\omega t) \qquad \phi \le \omega t < \pi$

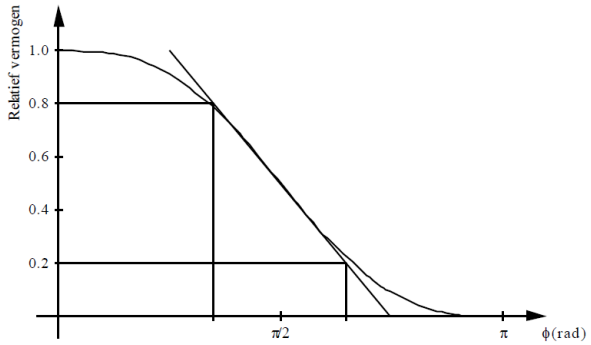
en $i_R(t) = \frac{u_R(t)}{\mathrm{R}}$

Vertrekkende van het bovenstaande kan men aantonen dat:

$$P_{eff} = \frac{\mathrm{U_{eff}^2}}{\pi.R}.\left(\pi - \phi + \frac{1}{2}.\sin(2.\phi)\right)$$

TF: P ifv ontstekingshoek

- Grafische voorstelling → TF is niet-lineair

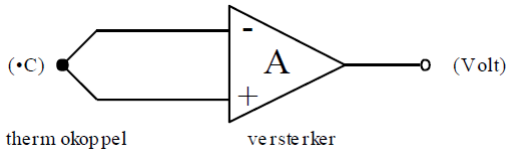


- Linearisatie geeft slechts problemen bij het aanspreken van de bovenste en onderste 20% van het vermogen

Temperatuurssensor

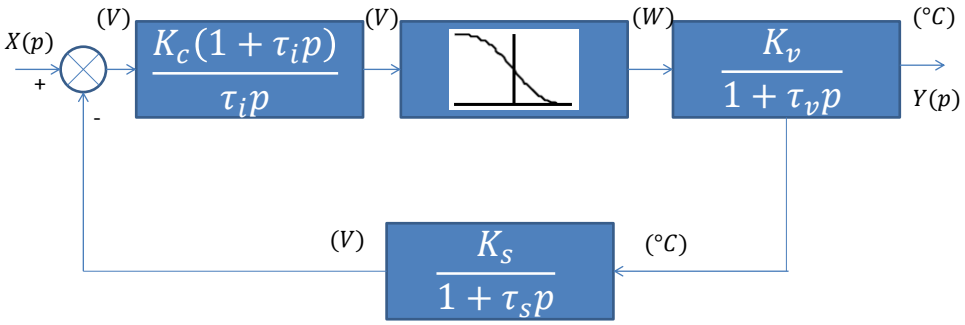
- Bv. Thermokoppel
  - Output (V) lineair afhankelijk van T
  - Ordegrootte is mV dus versterker toevoegen
  - Rekening houden met tijdsconstante van het thermokoppel. Sensor heeft tijd nodig om op te warmen en af the koelen → dynamische gedrag kan beschreven worden zoals 1ste orde systeem

$$TF_S = \frac{K_s}{1 + \tau_s p}$$



Volledig blokschema

- Kies PI regelaar

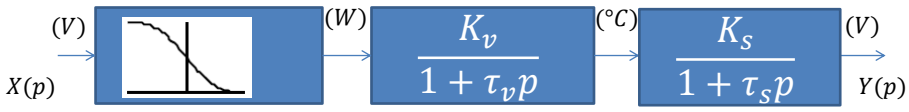


Identificatie van systeemparameters

- Goede instelling van de regelaar is pas mogelijk wanneer een goede kennis van het systeem aanwezig is.

Identificatie van de globale versterkingsfactor

- Voor een onderzoek naar stabiliteit van de regeling is het niet van belang de verschillende versterkingsfactoren K_h, K_v, K_s te kennen.
- Zoek de globale versterkingsfactor K door: a) een aantal discrete koppels (x, y) op te nemen b) het verband te linearizeren.

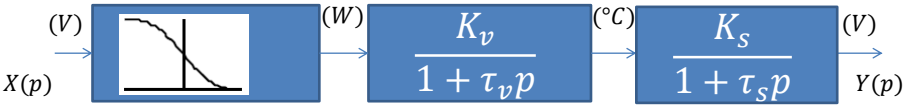


Identificatie van τ_s

- Door de staprespons te bekijken
  - De tijd die nodig is om 63% van de eindwaarde te bereiken is gelijk aan de tijdsconstante van het 1ste orde systeem

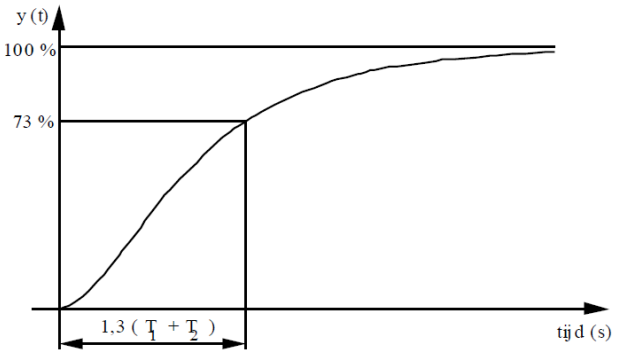
Identificatie van τ_v

- Is in dit geval niet rechtstreeks te bepalen. We hebben temperatuurssensor nodig (met eigen tijdsconstante) om T te meten.
- Dus bij het meten rekening houden met de dynamische eigenschappen van de temperatuurssensor
- Leg stapvormige spanningsverandering aan (neem stap niet te groot vanwege linearisatie)



Identificatie van τ_v

- De opgenomen staprespons zal het stapantwoord zijn van 2 eerste orde systemen in serie.
  - Hierbij is τ_s gekend



Instelling van de regelaar

- Instelling τ_i
  - De PI regelaar stelt ons in staat een pool weg te werken (pool-nulpunt compensatie). Welke?
- Instelling K_c
  - Stel bv. in zodat een fasemarge van 60° bekomen wordt.

Controleer het geregelde systeem

- Staprespons met kleine stap in het midden van het temperatuursbereik
- Check robuustheid door staprespons van een storing na te gaan (verander bv. toerental van ventilator)
- Staprespons bij een hogere temperatuur op het uiteinde van het temperatuursbereik
- Wat verandert er aan het regelgedrag (veranderingen van instelwaarde) en het stoorgedrag voor grote en kleine waarden voor K_c (behoud de instelling voor τ_i)
- Maak K_c heel groot en τ_i heel klein: wat zou er gebeuren?

Matlab code

```
%Simulatie van een verwarmingssysteem, gelineariseerd zonder dode tijd

Ti=1.495; %integratieconstante regelaar
Kc=8.25; %versterkingsfactor regelaar

KvKsKh=0.102; %globale versterkingsfactor
Tv=1.495; %tijdsconstante van het verwarmingselement
Ts=1.062; %tijdsconstante van de temperatuurssensor

ControlN=Kc*[Ti 1];
ControlD=[Ti 0];
VerwD=[Tv 1];
SensorD=[Ts 1];

OpenN=KvKsKh*ControlN;
OpenD=conv(ControlD,conv(VerwD,SensorD));

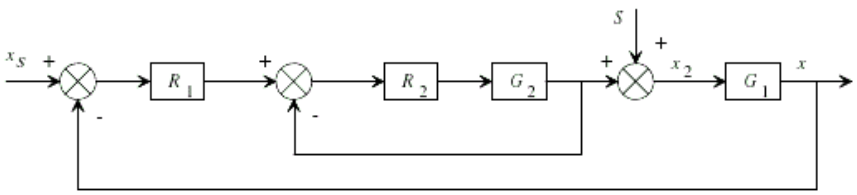
bode(OpenN,OpenD);
[mag,phase,w]=bode(OpenN,OpenD);
[Gm,Pm,Wcg,Wcp]=margin(mag,phase,w)
pause;
[Nc,Dc]=cloop(OpenN,OpenD);
step(Nc,Dc);
```

Automatisering

Regeltechniek: Speciale regelstructuren

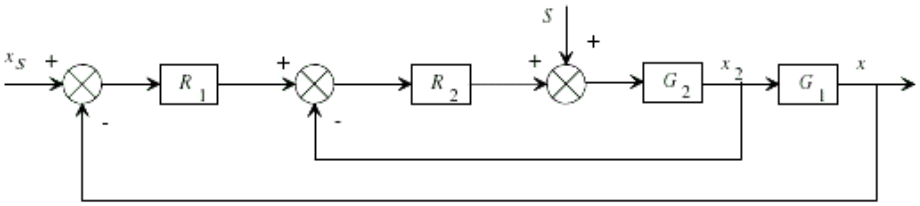
Cascade regeling

- Master-slave-regeling: master regelt op ingang + slave op tussenliggend signaal
- Voordeel ?
- responsiesnelheid hoofdlus verhoogd



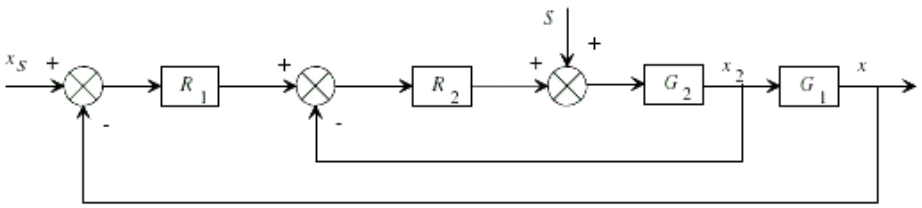
Cascade regeling

- Stoorsignaal geregeld door slave
- Voordeel ?
- sneller stoorsignaal wegwerken



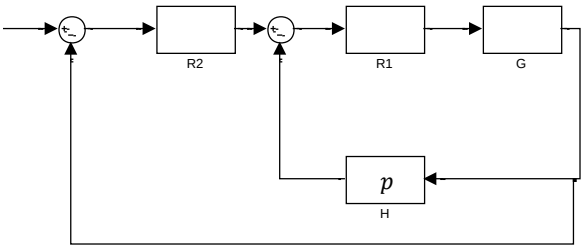
Cascade regeling

- Hoe cascade regelaar afstellen ?
- Eerst interne lus (slave) en dan master lus bepalen



Oefening: Cascade regeling

- Ontwerp een regelaar die een doorschot geeft van minder dan 0,5%. Gebruik voor de slave het bedragsoptimum als instelcriterium. Voor de master gebruik je het wortellijnendiagram voor de onderstaande cascadeschakeling $G(p) = \frac{10}{p(10p+21)(p+1)(p+2)}$



Oplossing: Cascade regeling slave

- Veronderstel een PI-regelaar voor R1
- $\tau_i = 1$ en $\sigma = \frac{1}{2} + \frac{10}{21} = \frac{41}{42}$
- $K\,\frac{p+1}{p}\,\frac{10\,\frac{1}{42}}{(\frac{10p}{21}+1)(p+1)(\frac{p}{2}+1)} \approx \frac{1}{2\frac{41}{42}p(\frac{41}{42}p+1)}$
- $K = \frac{1}{2\,\frac{41}{42}\frac{10}{42}} = \frac{42^2}{820}$ =2.2

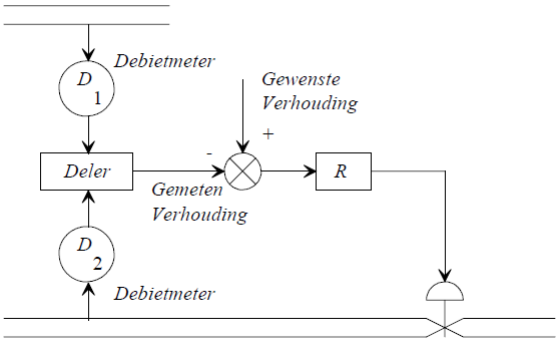
Oplossing: Cascade regeling master

- Veronderstel proportionele regeling
- Gesloten lus inner TF $= \frac{2{,}2}{p\left(\frac{p}{2}+1\right)\left(\frac{10p}{21}+1\right)+2{,}2}$
- Via wortellijnendiagram K bepalen
  - K=1,5

```
z=(-log(0.005))/(sqrt(log(0.005)^2+pi^2));
G=poly([-2 -2.2]);G(end)=G(end)+2.2;
G=tf(2.2,[G 0]);
rlocus(G);
sgrid(z,0);
[K,ps]=rlocfind(G)
step(feedback(K*G,1))
```

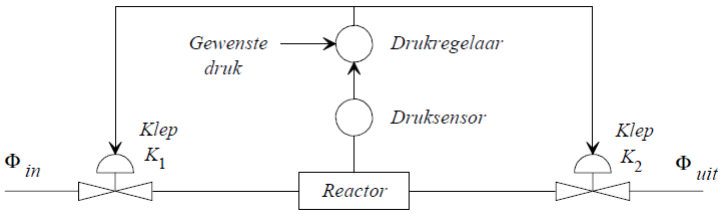
Verhoudingsregeling

- voorwaartse sturing aan de hand van een verhouding van metingen



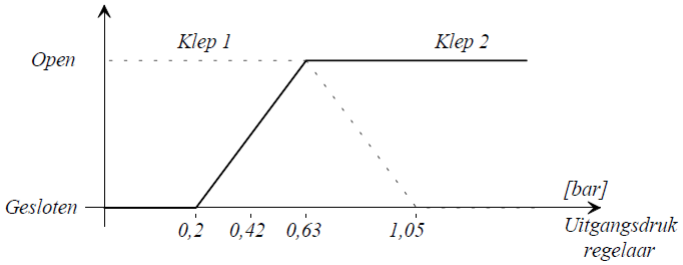
Split-range-regeling

- Een geregelde grootheid en meerdere te regelen ingangen



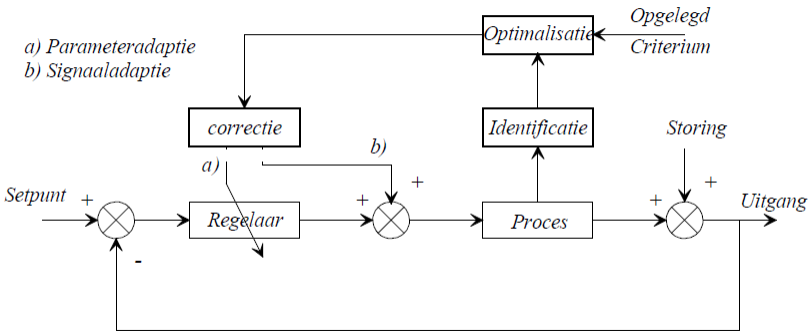
Split-range-regeling

- klep1 bij lage druk en klep2 bij hoge druk



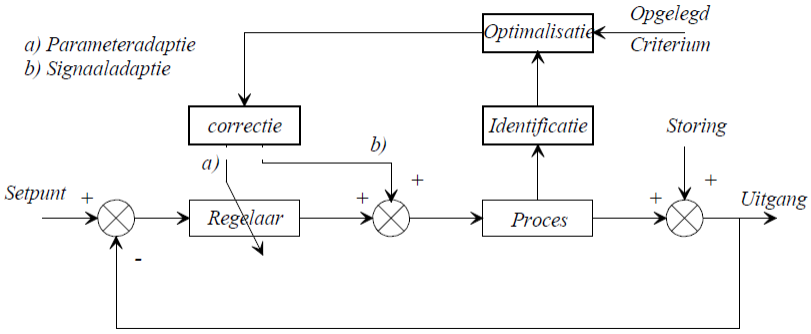
Adaptieve regeling

- Regelaar past zich aan in functie van de tijd!
- Hoe? kostencriterium
- Nut? niet-lineaire of tijdsvariante processen



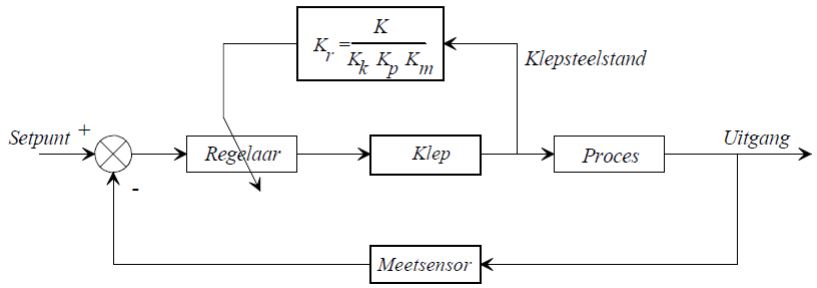
Adaptieve regeling

- Types ? Gain scheduling System of Model Reference Adaptive System (MRAS)



vb: Gain Scheduling System

- niet-lineariteiten van de klepkarakteristiek zorgen voor veranderende statische versterkingsfactor van de klep.
- Indien K_k gekend voor elke klepstand → constante open-lus versterking K mogelijk

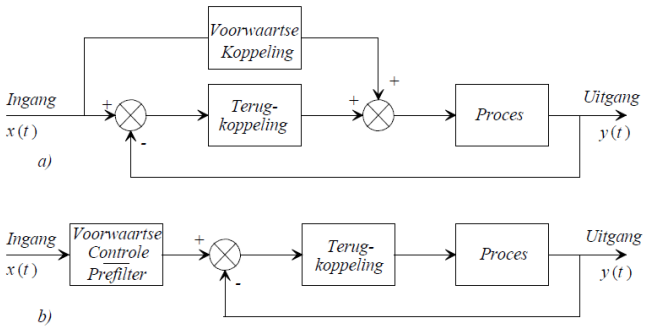


Regeling met voorwaartse koppeling (Eng.: Feed forward')

- Doel? volgfout reduceren of wegwerken
- Hoe? gekende systeemdynamica of gewenst uitgangsverloop
- PID is altijd te laat (reactie op fout), volgfout blijft
- PID wijzigt stabiliteit

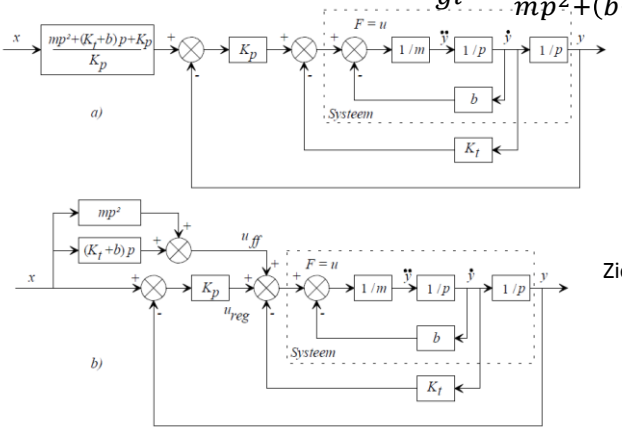
Regeling met voorwaartse koppeling (Eng.: Feed forward')

- Feedforward kan op voorhand bijregelen (voorspellen)
- Ontwerp: inverse systeem dynamica: $G_{ff}G_{gl} = 1$



Voorwaartse regeling: voorbeeld

- Inverse systeemdynamica: $G_{ff} = \frac{1}{G_{gl}}$
- Voorbeeld: servo + tacho $G_{gl} = \frac{K_p}{mp^2+(b+K_t)p+K_p}$



Zie ook `heatex` in matlab

Corrector van Smith

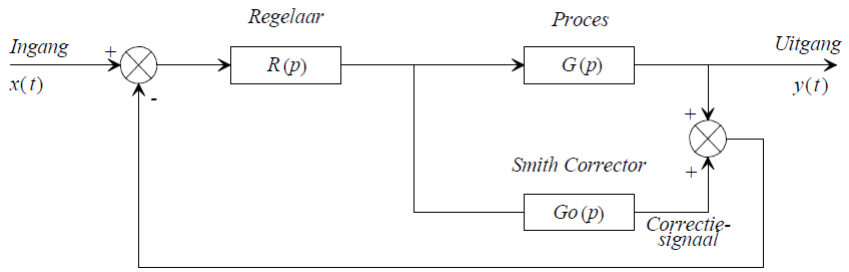
- dode tijd ≈ tijdconstante systeem
- Voorbeeld: 1 orde met als $TF_{ol} = \frac{K_r e^{-pt_0}}{1+p\tau}$

t_0/τ [sec/sec]	K_r	$\omega_{180°}$ [rad/sec]
0,01 / 0,5	79,20	158,30
0,1 / 0,5	8,50	16,90
1 / 0,5	1,52	2,30

- We stellen vast dat de AM sterk verkleint en dat de bandbreedte afneemt

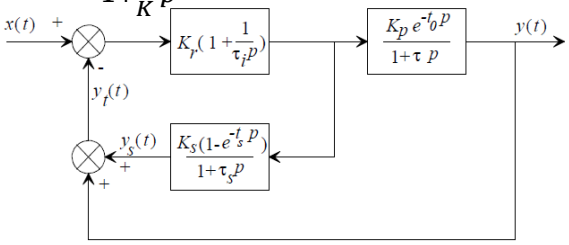
Corrector van Smith

- Oplossing: Smith corrector of predictor zorgt voor softwarematige terugkoppeling

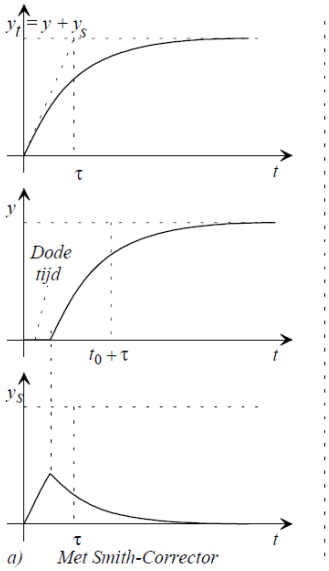


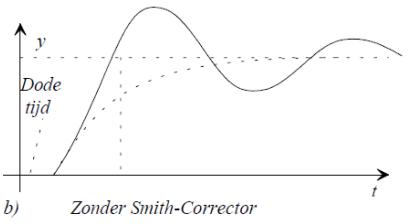
Corrector van Smith:voorbeeld

- $TF_{ol} = \frac{Y_t}{X} = K_r\left(1 + \frac{1}{\tau_i p}\right)\left(\frac{K_p e^{-t_0 p}}{1+\tau p} + \frac{K_s\left(1-e^{-t_s p}\right)}{1+\tau_s p}\right)$
- $K_s = K_p$ en $\tau_s = \tau$ en $t_s = t_0$ geeft $TF_{ol} = K_r\left(1 + \frac{1}{\tau_i p}\right)\left(\frac{K_p}{1+\tau p}\right)$
- gesloten lus $TF_{gl} = \frac{1}{1+\frac{\tau}{K}p}$ $\tau_i = \tau$ en $K = K_p.K_r$



Corrector van Smith: voorbeeld





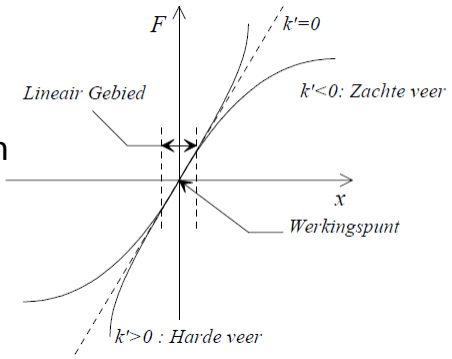
Zie ook `smithdemo` in matlab

Automatisering

Niet-lineaire regeltechniek: Aan-uit regelaars

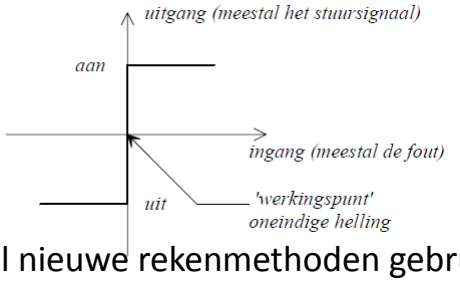
Inleiding

- Systemen zijn:
  - lineair
  - niet-lineair
- Studiemethoden voor niet-lineaire methoden zijn beperkt. Zijn delicaat!
- In vele gevallen lineariseren we niet-lineaire systemen (rond werkingspunt): bv. veer, $F(t) = kx(t) + k'x^3(t)$



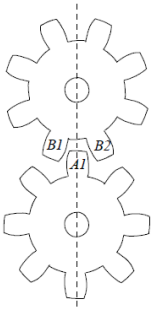
Inleiding

- Linearisatie niet altijd mogelijk. bv. aan-uit element

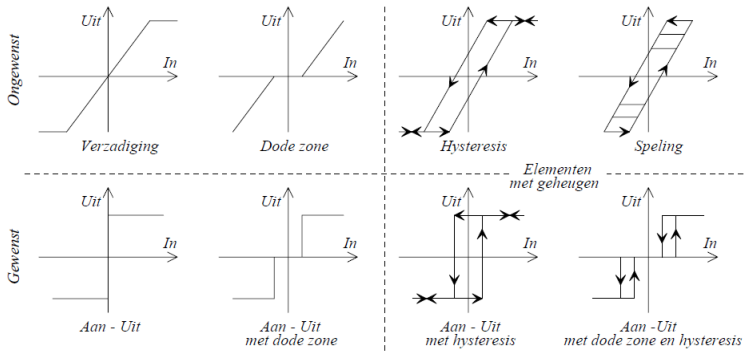


- In dit geval nieuwe rekenmethoden gebruiken!
  - fasevlak methode
  - beschrijvende functiemethode
  - simulatiemethode

Soorten niet-lineariteiten

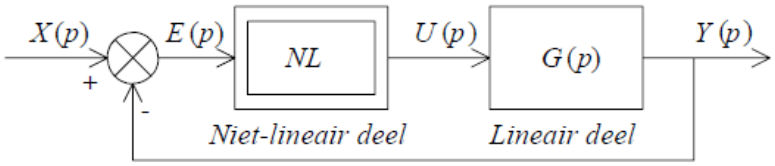


- 2 soorten:
  - bewuste → bv. aan-uit regelaar
  - parasitaire → bv. verzadiging, dode zone, coulomb wrijving, 'backlash', …



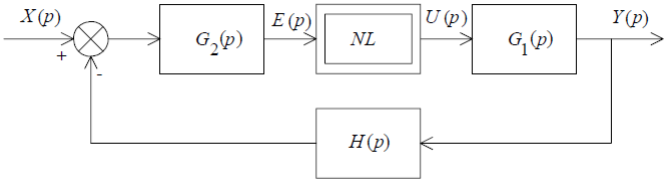
Herleiden blokschema's

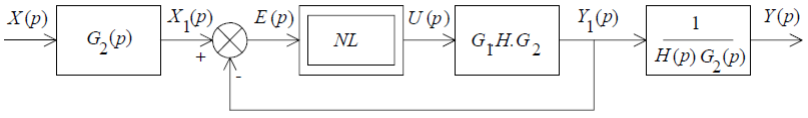
- Geen superpositie bij niet-lineaire elementen!
- Bij verschuivingen van blokschema → zelfde ingangssignaal voor niet-lineair element behouden
- Typisch schema



Herleiden blokschema's

- Mogelijke herleiding



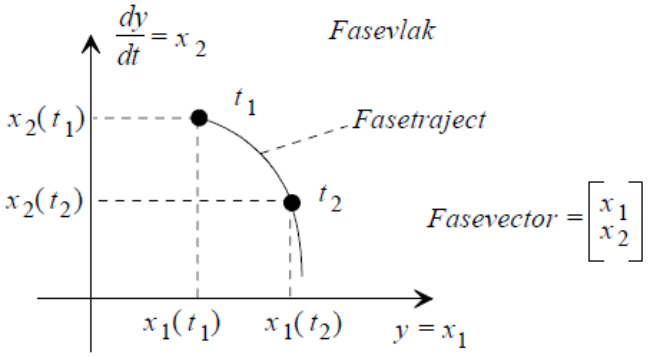


Stabiliteit

- Verschil met lineaire tegenhanger
  - zeer gevoelig voor ingangsamplitude (van het foutsignaal) en initiële opstart voorwaarden
- Niet-lineair systeem is stabiel bij stabiele limietcyclus
- limietcyclus=zelfonderhoudende oscillatie met vaste amplitude en frequentie

Methode 1: fasevlakmethode

- Exacte grafische methode om responsie te bepalen voor 2de (of 3de) orde systemen



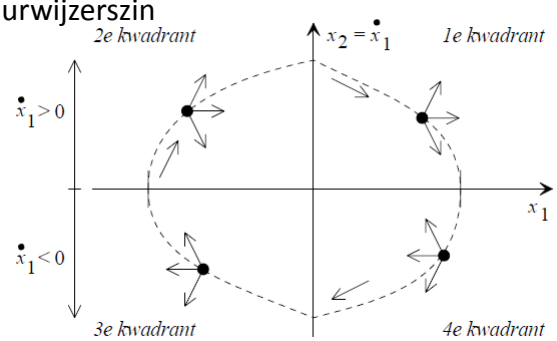
Methode 1: fasevlakmethode

- Opmerking: fasevlak is een bijzonder geval van toestandsvlak

$$\frac{d^2y}{dt} + a_1\frac{dy}{dt} + a_2 y = b_1 u \rightarrow \begin{cases} \frac{dy}{dt} = \dot{x}_1 = x_2 \\ \frac{d^2y}{dt} = \dot{x}_2 = -a_1 x_2 - a_2 x_1 + b_1 u \end{cases}$$

Methode 1: fasevlakmethode

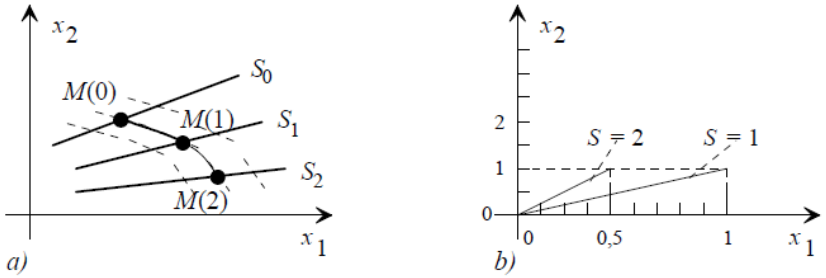
- Tekenregels:
  - fase-traject snijdt de x-as loodrecht ($S = \frac{dx_2}{dx_1}$, $x_2 = 0$; $x_2 = \frac{dx_1}{dt}$)
  - fase-traject altijd uurwijzerszin
  - gebruik isoclines



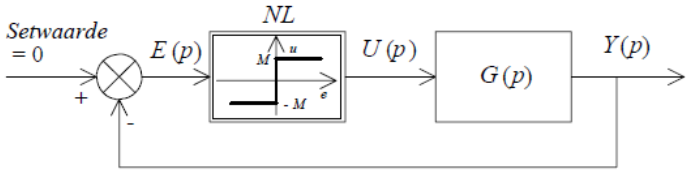
Methode 1: fasevlakmethode

– gebruik isoclines

$$S = \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\dot{x}_2}{\dot{x}_1}$$



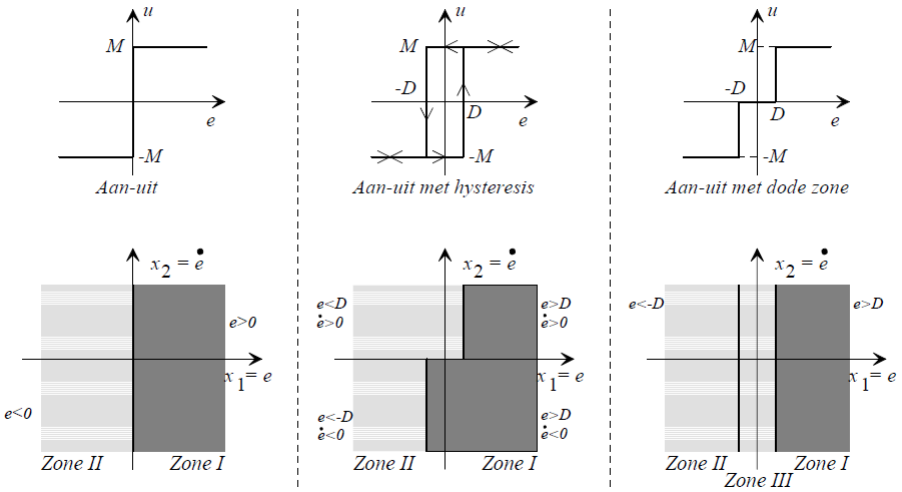
Methode 1: invloed aan-uit element



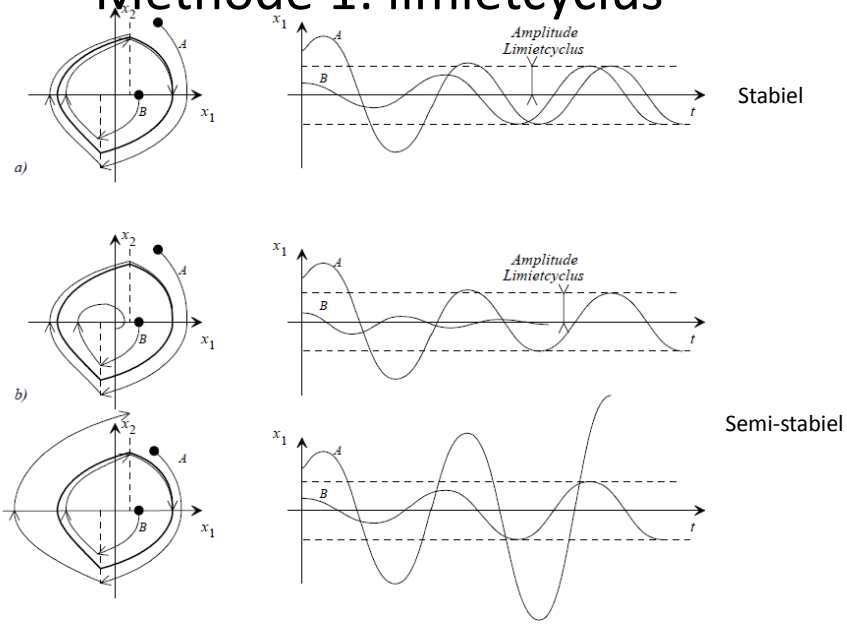
- Neem $x_1 = e(t)$, $x_2 = \frac{de(t)}{dt}$ en teken fasevlak
- Regelaar verdeelt fasevlak → commutatielijn/schakellijn

Methode 1: invloed aan-uit element

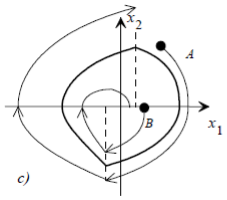
- schakelelement definieert schakellijnen

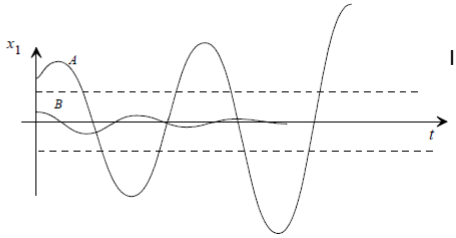


Methode 1: limietcyclus



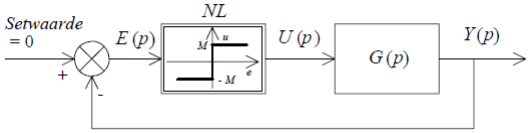
Methode 1: limietcyclus





Instabiel

Methode 1: voorbeeld



$$G(p) = \frac{K}{p(1+\tau p)} \rightarrow \tau\frac{d^2y(t)}{dt} + \frac{dy(t)}{dt} = Ku(t)$$

$y(t) = -e(t)$

$$\tau\frac{d^2e(t)}{dt} + \frac{de(t)}{dt} = -Kf[e(t)] \rightarrow \begin{cases} \tau\frac{d^2e(t)}{dt} + \frac{de(t)}{dt} = KM & \text{voor } e(t) < 0 \\ \tau\frac{d^2e(t)}{dt} + \frac{de(t)}{dt} = -KM & \text{voor } e(t) > 0 \end{cases}$$

Beschouw gebied wanneer $e(t) < 0$, en $x_1 = e(t)$, $x_2 = \frac{de(t)}{dt}$

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = \frac{-x_2 + KM}{\tau} \end{cases} \quad \text{of matricieel:} \quad \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{KM}{\tau} \end{bmatrix}$$

Methode 1: voorbeeld

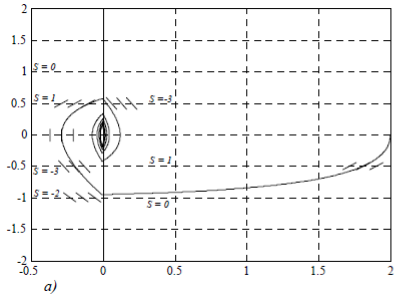
$$S = \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{-x_2 + KM}{\tau x_2} \qquad e(t) < 0$$

$$S = \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{-x_2 - KM}{\tau x_2} \qquad e(t) > 0$$

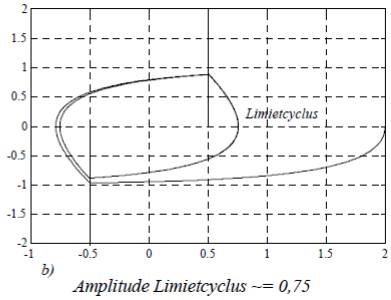
$$x_2 = \frac{1}{S+1} \text{ voor } e(t) < 0 \text{ en } x_2 = \frac{-1}{S+1} \text{ voor } e(t) > 0 \qquad \text{met } M = K = 1, \tau = 1$$

$e(t) < 0$		$e(t) > 0$	
$S = 0$	$x_2 = 1$	$S = 0$	$x_2 = -1$
$S = 1$	$x_2 = 0{,}5$	$S = 1$	$x_2 = -0{,}5$
$S = 3$	$x_2 = 0{,}25$	$S = 3$	$x_2 = -0{,}25$
$S = -3$	$x_2 = -0{,}5$	$S = -2$	$x_2 = 1$
$S = -2$	$x_2 = -1$	$S = -3$	$x_2 = 0{,}5$
		$S = -5$	$x_2 = 0{,}25$

Methode 1: voorbeeld



aan-uit regelaar zonder hysteresis



Amplitude Limietcyclus ~= 0,75

aan-uit regelaar met hysteresis

- Trade-off bij keuze hysteresisbreedte D
  - geen te hoge schakelfrequentie → levensduur schakelelement (D niet te klein)
  - amplitude van limietcyclus (= maximale fout) beperken → kwalitatieve regeling (D niet te groot)

Methode 2: beschrijvende functiemethode

- ook eerste harmonische of equivalente lineariseringsmethode genaamd
- niet beperkt tot 2de (of 3de) orde systemen
- Veronderstel zuiver sinusoïdaal signaal voor $e(t) = E_M sin\omega t \rightarrow u(t)$ niet meer zuiver sinusoïdaal maar wel periodisch
- dus Fourier decompositie mogelijk

$$u(t) = u_0 + u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) + \cdots = u_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \sin(k\omega t) + b_k \cos(k\omega t)]$$

met de eerste harmonische frequentie

$$u_1(t) = a_1 \sin(\omega t) + b_1 \cos(\omega t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{waarbij } A_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad \text{en } \varphi = \text{bgtg}\left(\frac{b_1}{a_1}\right)$$

$$a_1 = \frac{\omega}{\pi} \int_0^T u(t) \sin(\omega t) dt \quad \text{en} \quad b_1 = \frac{\omega}{\pi} \int_0^T u(t) \cos(\omega t) dt$$

Methode 2: beschrijvende functiemethode

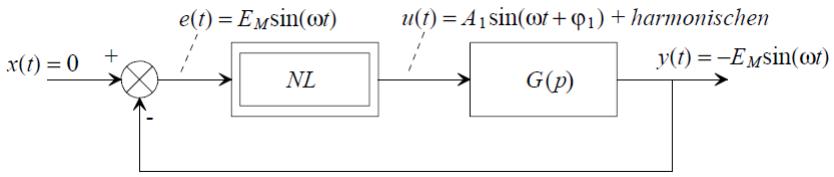
- Indien voldaan aan voorwaarden:
  - gemiddelde $u_0 = 0$
  - Hogere harmonische zijn te verwaarlozen ($G(p)$ werkt als laagdoorlaat filter)
- Dan $u(t) \cong u_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$
- Overdrachtsfunctie van niet-lineair element wordt

$$N = \frac{A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)}{E_M \sin(\omega t)} = \frac{A_1}{E_M} e^{+j\varphi_1} = \frac{a_1}{E_M} + j\frac{b_1}{E_M}$$

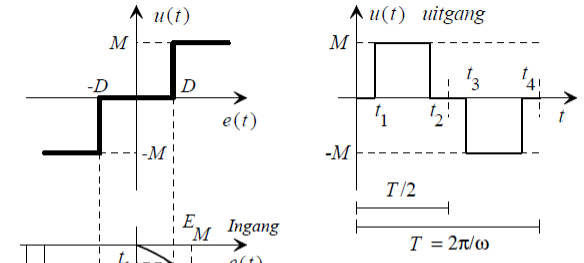
$$|N| = \frac{A_1}{E_M} \quad \text{en} \quad \angle N = \varphi_1$$

- N afhankelijk van ω **en** E_m

Methode 2: beschrijvende functiemethode



Methode 2: berekening



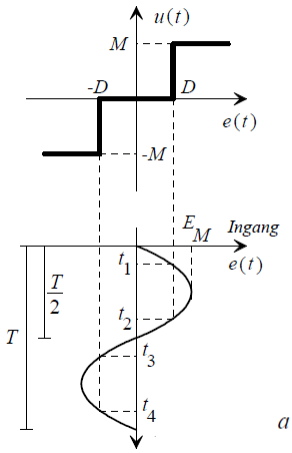
$u_0 = 0$

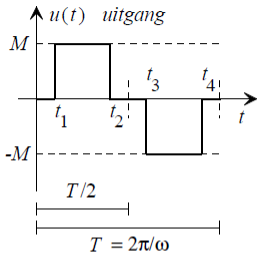
u is oneven functie → $b_1 = 0$

$$a_1 = \frac{\omega}{\pi}\int_0^T u(t)\sin(\omega t)dt = \frac{2\omega}{\pi}\int_0^{T/2} u(t)\sin(\omega t)dt = \frac{2\omega}{\pi}\int_{t_1}^{t_2} M\sin(\omega t)dt$$

$$= \frac{2\omega M}{\pi}\left[-\frac{\cos(\omega t)}{\omega}\right]_{t_1}^{t_2} = \frac{2M}{\pi}[\cos(\omega t_1) - \cos(\omega t_2)]$$

Methode 2: berekening





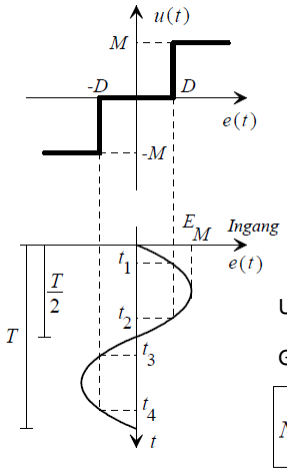
t_1 *en* t_2 liggen symmetrisch rond $\frac{T}{4}$

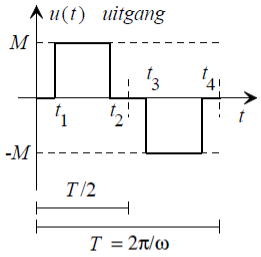
→$\cos(\omega t_2) = -\cos(\omega t_1)$

$$a_1 = \frac{4M}{\pi}\cos(\omega t_1)$$

$$e(t_1) = E_M \sin(\omega t_1) = D \quad \text{of} \quad \sin(\omega t_1) = \frac{D}{E_M} \rightarrow \quad \cos(\omega t_1) = \sqrt{1-\left(\frac{D}{E_M}\right)^2}$$

Methode 2: berekening





Uiteindelijk bekomen we $a_1 = \frac{4M}{\pi}\sqrt{1-\left(\frac{D}{E_M}\right)^2}$

Gecombineerd met $b_1 = 0 \rightarrow A_1 = a_1$ en $\varphi_1 = 0$ krijgen we

$$\boxed{N = \frac{4M}{\pi E_M}\sqrt{1-\left(\frac{D}{E_M}\right)^2}} \quad (aan\text{-}uit\ met\ dode\ zone)$$

Voorwaarde $E_M > D$ anders is $N = 0$

Methode 2: berekening

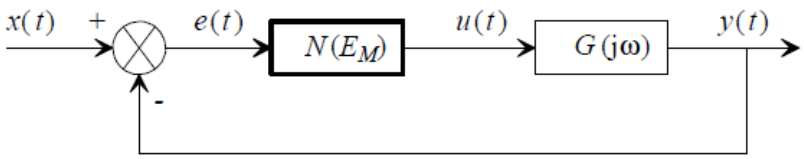
- Voor zuiver aan-uit element $D = 0$

$$\boxed{N = \frac{4M}{\pi E_M}} \quad (aan\text{-}uit\ element)$$

- Analoge redenering voor aan-uit element met hysteresis

$$\boxed{N = \frac{4M}{\pi E_M} e^{-j\mathrm{bgsin}\left(\frac{D}{E_M}\right)}} \quad (aan\text{-}uit\ met\ hysteresis)$$

Stabiliteit van een teruggekoppeld systeem met niet-lineariteit



$$TF_{gl}(j\omega) = \frac{N(E_M)G(j\omega)}{1 + N(E_M)G(j\omega)}$$

Karakteristieke vergelijking

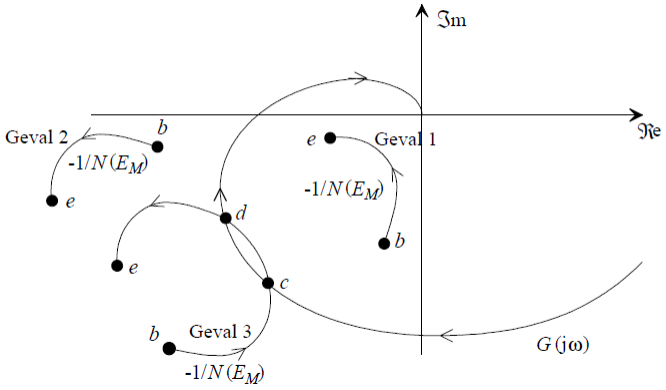
$$1 + N(E_M)G(j\omega) = 0$$

$$G(j\omega) = -\frac{1}{N(E_M)}$$

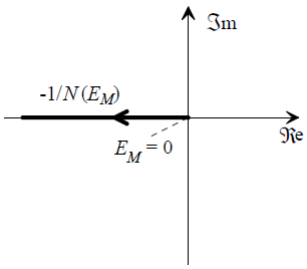
Ipv kritisch punt -1, hebben we nu kritische kromme $-\frac{1}{N}$

Stabiliteit van een teruggekoppeld systeem met niet-lineariteit

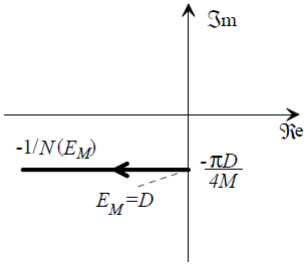
- Bepaal evenwichtsvoorwaarden van limietoscillatie



Stabiliteit van een teruggekoppeld systeem met niet-lineariteit

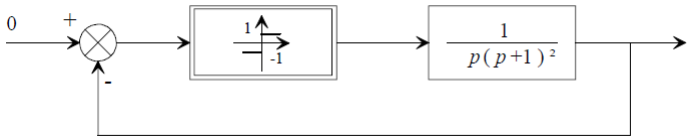


$N = \frac{4M}{\pi E_M}$ (*aan-uit element*)



$N = \frac{4M}{\pi E_M} e^{-j\mathrm{bgsin}\left(\frac{D}{E_M}\right)}$ (*aan-uit met hysteresis*)

Methode 2: voorbeeld

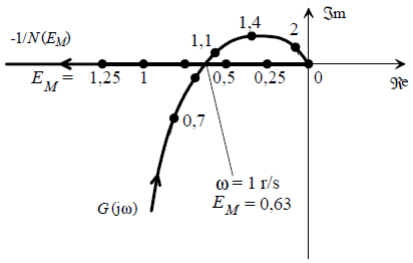


- Beschrijvende-functie voor het aan-uit element

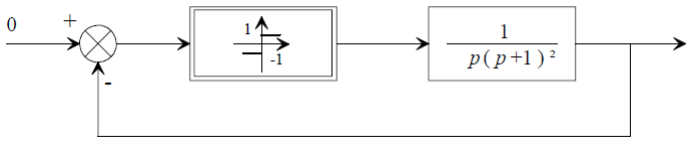
$$N = \frac{4M}{\pi E_M} = \frac{4}{\pi E_M}$$

- Kritisch diagram

$$-\frac{1}{N(E_M)} = -\frac{\pi E_M}{4}$$



Methode 2: voorbeeld



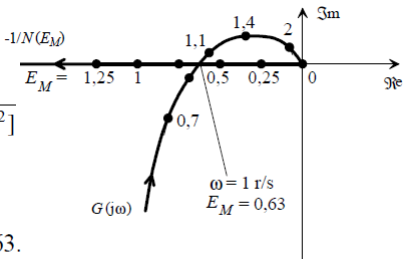
- Zoek E_m en ω

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega(1+j\omega)^2} = \frac{-2\omega - j(1-\omega^2)}{\omega[(1-\omega^2)^2 + (2\omega)^2]}$$

$$\Im[G(j\omega)] = 0 \Leftrightarrow \omega = 1$$

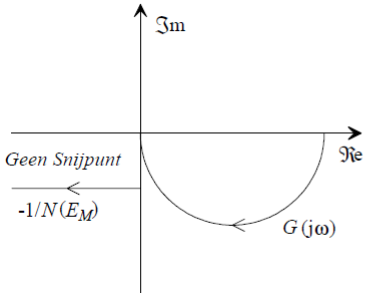
$$\Re[G(j\omega)] = -\frac{1}{2} = -\frac{\pi E_M}{4} \text{ waaruit } E_M = 0{,}63.$$

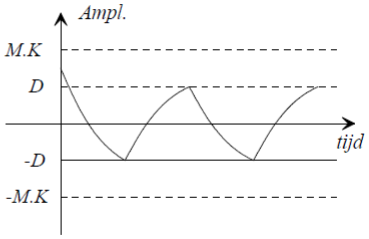
Met $\omega = 1$



Methode 2: beperkingen

- Orde lineaire systeem voldoende groot om verwaarlozing van hogere harmonische te kunnen voldoen
- vb. 1: 1ste orde systeem



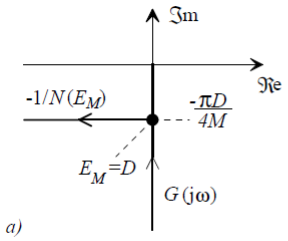


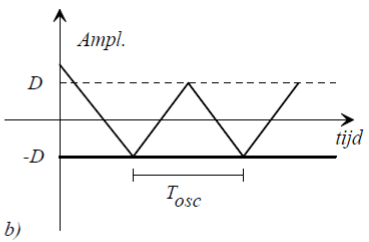
Besluit: geen oscillatie

Maar is geen juist besluit!

Methode 2: beperkingen

- vb. 2: 1ste orde systeem





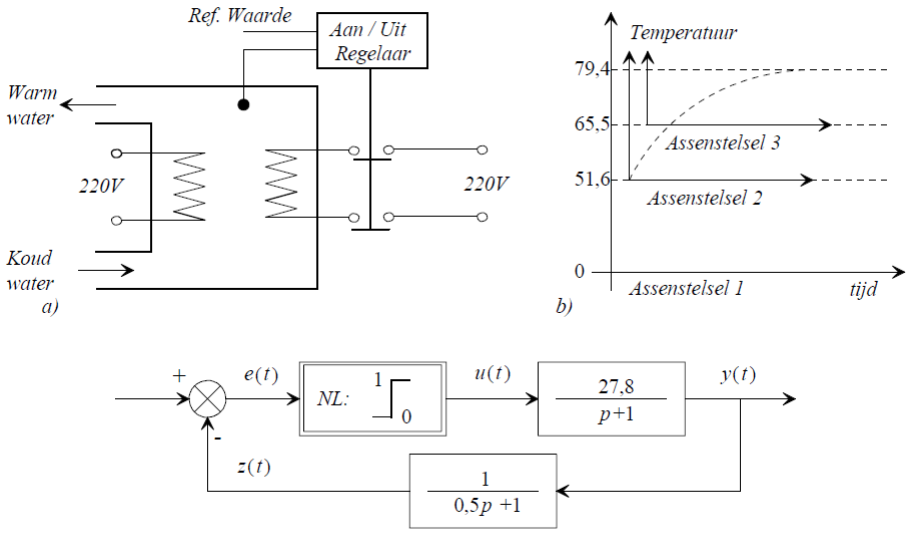
$T_{osc} = \pi^2 D / 2M \quad \longleftrightarrow \quad T_{osc} = 4D / M$

Maar is geen juist besluit!

Methode 3: simulatie

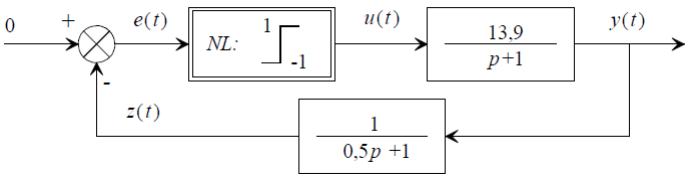
- Simulatie bv. in MATLAB/SIMULINK
- Let op met iteratie staptijd Δt
  - niet te groot om vloeiend verloop te verkrijgen
  - niet te klein omwille van afrondingsfouten (recursieve berekening) en te trage simulatie
  - vuistregel neem $\Delta t < 0.1\tau_i$ met τ_i de kleinste tijdsconstante van het te simuleren systeem

Toepassing: Temperatuurregeling met aan/uit regelaar



Toepassing: Temperatuurregeling met aan/uit regelaar

- Maak systeem symmetrisch rond referentiewaarde 65,5 °C



$$\frac{Z(p)}{U(p)} = \frac{13,9}{0,5p^2 + 1,5p + 1}$$

Toepassing: met fasevlak

1) voor $e < 0$, is $u = -1$ en vinden we : $0,5\ddot{e} + 1,5\dot{e} + e = 13,9u$
2) voor $e > 0$, is $u = 1$ en vinden we : $0,5\ddot{e} + 1,5\dot{e} + e = -13,$

- Voor $e < 0$ met $x_1 = e$ en $x_2 = \frac{de}{dt}$

$$S = \frac{\dot{x}_2}{\dot{x}_1} = \frac{27,8 - 3x_2 - 2x_1}{x_2}$$

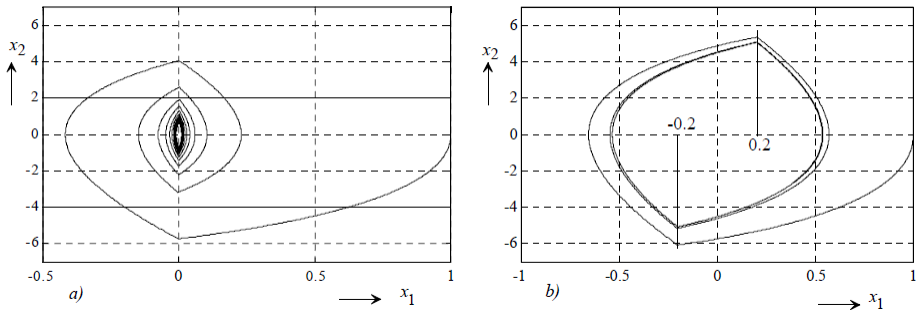
of

$$x_2 = \frac{27,8}{S+3} - \frac{2x_1}{S+3}$$

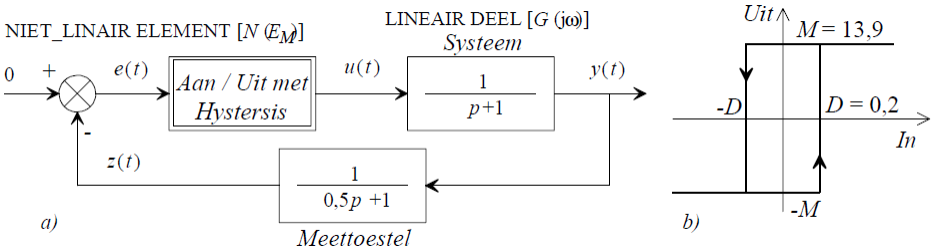
- Analoog voor $e > 0$

$e < 0$		
$S = 3$	$x_1 = 0$ $x_1 = 1$	$x_2 = 4,63$ $x_2 = 4,97$
$S = 5$	$x_1 = 0$ $x_1 = -1$	$x_2 = 3,48$ $x_2 = 3,72$
$S = 10$	$x_1 = 0$ $x_1 = -1$	$x_2 = 2,14$ $x_2 = 2,29$
$S = 20$	$x_1 = 0$ $x_1 = -1$	$x_2 = 1,21$ $x_2 = 1,30$
$S = -10$	$x_1 = 0$ $x_1 = -1$	$x_2 = -3,97$ $x_2 = 4,26$
$S = -15$	$x_1 = 0$ $x_1 = -1$	$x_2 = -2,32$ $x_2 = -2,48$
$S = -30$	$x_1 = 0$ $x_1 = -1$	$x_2 = -1,03$ $x_2 = -1,10$

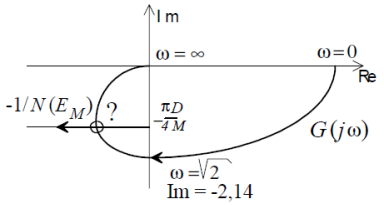
Toepassing: met fasevlak



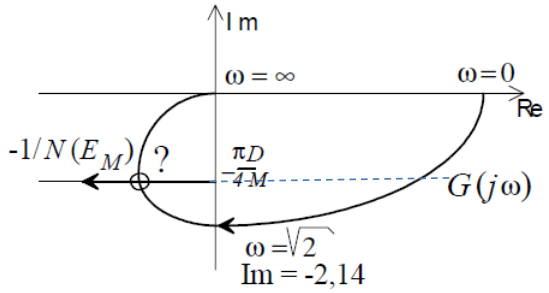
Toepassing: met beschrijvende functie methode



- Merk op dat versterking van proces K nu 1 is omdat $M = 13{,}9$



Toepassing: met beschrijvende functie methode

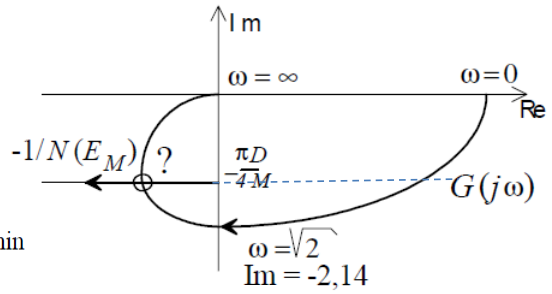


$$G(j\omega) = \frac{1}{(1+j\omega)(1+j0,5\omega)} = \frac{1-0,5\omega^2}{0,25\omega^4+1,25\omega^2+1} + j\frac{-1,5\omega}{0,25\omega^4+1,25\omega^2+1}$$

$$\Im m(G) = \frac{-1,5\omega}{0,25\omega^4+1,25\omega^2+1} = -\frac{\pi D}{4M} = -1,13 * 10^{-2}$$

$\omega = 7,5 * 10^{-3}$ rad/min en $\omega = 8,095$ rad/min

Toepassing: met beschrijvende functie methode



$\omega = 8,095$ rad/min

$$\left|\frac{-1}{N(E_M)}\right| = |G(j\omega)|$$

$$\frac{E_M\pi}{4M} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2+1}\sqrt{0,25\omega^2+1}} \rightarrow \underline{E_M = 0,52}$$

Toepassing: met simulatie

- Met MATLAB/SIMULINK → zie toledo