CACSD
Practicum Seesaw

26 december 2001

Thomas Dekeyser
Koen Van Caekenberghe

Prof. Bart De Moor
Jeroen Buijs

Inhoudsopgave

1 Het toestandsruimtemodel **3**
1.1 Het mechanisch deel 3
1.1.1 Opstellen van de differentiaalvergelijken 3
1.1.2 Linearisatie 4
1.1.3 Toestandsruimtemodel 5
1.2 Het electrisch deel 5
1.3 Het electrisch en mechanisch deel samen 5

2 De controller **6**
2.1 Analyse met de gegeven Q en R 6
2.1.1 Analyse van het eenvoudigere systeem 6
2.1.2 Analyse van het complexere systeem 7
2.2 Wijzigen van de parameters Q en R 8
2.2.1 Parameter R 8
2.2.2 Parameter Q1 en Q2 9
2.3 Invloed van niet lineaire componenten 11
2.3.1 Saturatie van de spanning u 11
2.3.2 Laagdoorlaatfilter 11

3 Resultaten van het praticum **14**

4 Besluiten **15**

1 Het toestandsruimtemodel

1.1 Het mechanisch deel

1.1.1 Opstellen van de differentiaalvergelijken

Eerst stellen we de niet-lineaire differentiaal vergelijking op mbv. de methode van de Lagrange vergelijkingen. Daarvoor moeten we de totale kinetische en potentiële energie in het systeem weten. Om de kinetische energie te bepalen schrijven we eerste de snelheid van het wagentje in functie van de vier toestanden $\left\{x, \theta\, \dot{x}, \dot{\theta}\right\}$.

$$\left\{ \begin{array}{lcl} x_m & = & h\tan\theta\cos\theta + x\cos\theta \\ y_m & = & \frac{h}{cos\theta} - (h\tan\theta + x)\sin\theta \end{array} \right.$$

Of,

$$\left\{ \begin{array}{lcl} x_m & = & h\sin\theta + x\cos\theta \\ y_m & = & \frac{h(1-\sin^2\theta)}{\cos\theta} - x\sin\theta \end{array} \right.$$

Of,

$$\left\{ \begin{array}{lcl} x_m & = & h\sin\theta + x\cos\theta \\ y_m & = & h\cos\theta - x\sin\theta \end{array} \right.$$

Willen we de snelheid van het wagentje weten moeten we afleiden naar de tijd.

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \dot{x}_m & = & h\cos\theta\dot{\theta} + \dot{x}\cos\theta - x\sin\theta\dot{\theta} \\ \dot{y}_m & = & -h\sin\theta\dot{\theta} - \dot{x}\sin\theta - x\cos\theta\dot{\theta} \end{array} \right.$$

De uiteindelijke snelheid van het wagentje is dus,

$$v_m^2 = \dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2 = h^2\dot{\theta}^2 + \dot{x}^2 + x^2\dot{\theta}^2 + 2h\dot{x}\dot{\theta}$$

De totale kinetische energie van het systeem is de som van de kinetische energie in het wagentje en de kinetische energie in de wip.

$$E_{kin} = \frac{1}{2}m(h^2\dot{\theta}^2 + \dot{x}^2 + x^2\dot{\theta}^2 + 2h\dot{x}\dot{\theta}) + \frac{J\dot{\theta}^2}{2}$$

De potentiële energie is

$$E_{pot} = Mgc\cos\theta + mg(h\cos\theta - x\sin\theta)$$

De L in de formules van Lagrange is dus

$$L = E_{kin} - E_{pot} = \frac{1}{2}m(h^2\dot{\theta}^2 + \dot{x}^2 + x^2\dot{\theta}^2 + 2h\dot{x}\dot{\theta}) + \frac{J\dot{\theta}^2}{2} - Mgc\cos\theta - mg(h\cos\theta - x\sin\theta)$$

Nu moeten we de formules van Lagrange toepassen op elk van de veralgemeende coördinaten, in dit geval $\{x, \theta\}$. Naar x geeft:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \frac{\delta L}{\delta \dot{x}} & = & m\dot{x} + mh\dot{\theta} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}(\frac{\delta L}{\delta \dot{x}}) = m\ddot{x} + mh\ddot{\theta} \\ \frac{\delta L}{\delta x} & = & mx\dot{\theta}^2 + mg\sin\theta \end{array} \right.$$

Invullen in de Lagrange vergelijking $\frac{d}{dt}(\frac{\delta L}{\delta \dot{x}}) - \frac{\delta L}{\delta x} = F$ geeft de eerste differentiaalvergelijking

$$m\ddot{x} + mh\ddot{\theta} - mx\dot{\theta}^2 - mg\sin\theta = F \tag{1}$$

Naar θ geeft:

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta \dot{\theta}} &= J\dot{\theta} + mh^2\dot{\theta} + mx^2\dot{\theta} \\ \frac{\delta L}{\delta \theta} &= Mgc\sin\theta + mgh\sin\theta + mgx\cos\theta \end{cases}$$

Waaruit volgt:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\frac{\delta L}{\delta \dot{\theta}}) &= J\ddot{\theta} + mh^2\ddot{\theta} + 2mx\dot{x}\dot{\theta} + mx^2\ddot{\theta} + mh\ddot{x} \\ \frac{\delta L}{\delta \theta} &= Mgc\sin\theta + mgh\sin\theta + mgx\cos\theta \end{cases}$$

Invullen in de Langrange vergelijking $\frac{d}{dt}(\frac{\delta L}{\delta \dot{\theta}}) - \frac{\delta L}{\delta \theta} = 0$ leidt tot de tweede differentiaalvergelijking.

$$J\ddot{\theta} + mh^2\ddot{\theta} + 2mx\dot{x}\dot{\theta} + mx^2\ddot{\theta} + mh\ddot{x} - Mgc\sin\theta - mgh\sin\theta - mgx\cos\theta = 0 \quad (2)$$

1.1.2 Linearisatie

Omdat we in deze cursus enkel werken met lineaire vergelijkingen moeten we de twee differentiaalvergelijkingen eerst lineariseren rond het evenwichspunt. In het evenwichtspunt gelden de volgende vergelijkingen:

$$\begin{cases} x &\simeq 0 \\ \theta &\simeq 0 \\ \cos\theta &\simeq 1 \\ \sin\theta &\simeq \theta \\ \dot{x} &= 0 \\ \dot{\theta} &= 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x &\rightarrow x + \Delta x \\ \theta &\rightarrow \theta + \Delta\theta \\ \dot{x} &\rightarrow \dot{x} + \Delta\dot{x} \\ \dot{\theta} &\rightarrow \dot{\theta} + \Delta\dot{\theta} \\ \Delta q.\Delta q &\simeq 0 \end{cases}$$

Invullen in de eerste differentiaalvergelijking(1) leidt tot

$$m(\ddot{x} + \Delta\ddot{x}) + mh(\ddot{\theta} + \Delta\ddot{\theta}) - m(x + \Delta x)(\dot{\theta}^2 + 2\dot{\theta}\Delta\dot{\theta}) - mg(\theta + \Delta\theta) = F + \Delta F$$

Omdat in evenwicht ook moet voldaan zijn aan diffvgl(1) kan men de vorige vergelijking vereenvoudigen tot een lineaire differentiaalvergelijking.

$$m\Delta\ddot{x} + mh\Delta\ddot{\theta} - mg\Delta\theta = \Delta F \quad (3)$$

Een analoge handeling voor de tweede differentiaalvergelijking (2) geeft

$$\Delta\ddot{\theta}(J + mh^2) + mh\Delta\ddot{x} - (Mgc + mgh)\Delta\theta - mg\Delta x = 0 \quad (4)$$

Het enige wat we nog moeten doen is $\Delta\ddot{x}$ en Δ
ddotθ schrijven in functie van de vier toestanden $x, \theta\, \dot{x}, \dot{\theta}$.

Door vgl. (3) te vermenigvuldigen met h en af te trekken van vgl. (4) bekomen we

$$\Delta\ddot{\theta} = \frac{Mgc}{J}\Delta\theta + \frac{mg}{J}\Delta x - \frac{h}{J}\Delta F \quad (5)$$

Dit resultaat invullen in vgl (3) levert

$$m\Delta\ddot{x} + \frac{m^2gh}{J}\Delta x + (\frac{Mgc}{J}mh - mg)\Delta\theta - \frac{mh^2}{J}\Delta F = \Delta F$$

Of,

$$\Delta\ddot{x} = -\frac{mgh}{J}\Delta x - (\frac{Mghc}{J} - g)\Delta\theta + \Delta F(\frac{1}{m} + \frac{h^2}{J}) \quad (6)$$

1.1.3 Toestandsruimtemodel

Op basis (5) en (6) kunnen we ons lineair toestandsmodel neerschrijven. Om de notatie wat verlichten laten we de Δ's vallen met in ons achterhoofd dat we met het kleinsignaalmodel aan het werken zijn. De input is F, de toestanden zijn $\left\{x, \theta\, \dot{x}, \dot{\theta}\right\}$, de outputs zijn $\{x, \theta\}$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{mgh}{J} & g - \frac{Mghc}{J} & 0 & 0 \\ \frac{mg}{J} & \frac{Mgc}{J} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} + \frac{h^2}{J} \\ \frac{-h}{J} \end{bmatrix} F \\ \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + 0 \end{cases}$$

1.2 Het electrisch deel

Voor het electrisch deel maken we gebruik van de formules vermeld in de opgave. We willen de kracht F schrijven in functie van de aangelegde spanning en de toestandsgrootheden $\left\{x, \theta\, \dot{x}, \dot{\theta}\right\}$.

$$F = \frac{T_g}{r} = \frac{K_g T_m}{r} = \frac{K_g K_m I}{r} = \frac{K_g K_m (V - K_b w_m)}{R_m r} = \frac{K_g K_m (V - K_b K_g w_g)}{R_m r}$$

Houden we nu rekening met het feit dat $w_g = \frac{\dot{x}}{r}$ dan kunnen we de vorige vergelijking schrijven als,

$$F = \frac{K_g K_m (V - K_b K_g \frac{\dot{x}}{r})}{R_m r}$$

Of

$$F = \frac{K_g K_m}{R_m r} V - \frac{K_g^2 K_m K_b \dot{x}}{R_m r^2} \tag{7}$$

1.3 Het electrisch en mechanisch deel samen

Vullen we vergelijking (7) in in het mechanisch roestandsruimtemodel dan krijgen we

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{mgh}{J} & g - \frac{Mghc}{J} & -\frac{K_g^2 K_m K_b}{R_m r^2}(\frac{1}{m} + \frac{h^2}{J}) & 0 \\ \frac{mg}{J} & \frac{Mgc}{J} & \frac{h}{J}(\frac{K_g^2 K_m K_b}{R_m r^2}) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (\frac{1}{m} + \frac{h^2}{J})\frac{K_m K_g}{R_m r} \\ \frac{-h}{J}(\frac{K_m K_g}{R_m r}) \end{bmatrix} V \\ \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + 0 \end{cases}$$

Of numeriek,

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1.4879 & 9.1841 & -17.2420 & 0 \\ 10.6275 & 4.4706 & 2.5607 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.8580 \\ -0.5730 \end{bmatrix} V \\ \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + 0 \end{cases}$$

De matrixen A,B,C,D van het toestandsruimtemodel zijn nu dus bekend.

2 De controller

Om de controllermatrix te ontwerpen obv. de LQRmethode maken we gebruik van het volgende commando in matlab [K,S,E]=lqr(A,B,Q,R). De moeilijkheid bij LQR zit hem niet in de bereking van de matrix K maar in het bepalen van goede gewichtsmatrixes Q en R. Het geslotenlussysteem kunnen we schrijven als

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = [A - B * K] . \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = [C] . \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + 0 \end{cases}$$

De controller matrix K zorgt er dus voor dat de vier toestanden $\left\{x, \theta, \dot{x}, \dot{\theta}\right\}$ naar nul geduwd worden. Om het systeem te analyseren is het handig als we een $\theta_{desired}$ kunnen instellen aan het teruggekoppeld systeem. Deze $\theta_{desired}$ (de hoek die de wip maakt) is in evenwicht natuurlijk niet onafhankelijk van de positie van het wagentje. In evenwicht geldt namelijk dat

$$Mgc \sin\theta_{desired} = -xmg \cos\theta_{desired} \tag{8}$$

of nog $x = -\frac{Mc}{m} \tan\theta$ of lineair benaderd[1] voor klein θ, $x \cong -\frac{Mc}{m}\theta$. Invullen in het teruggekoppeld systeem geeft

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = [A - B * K] . \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + B * K * \begin{bmatrix} -\frac{Mc}{m} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \theta_{desired} \\ \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = [C] . \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + 0 \end{cases}$$

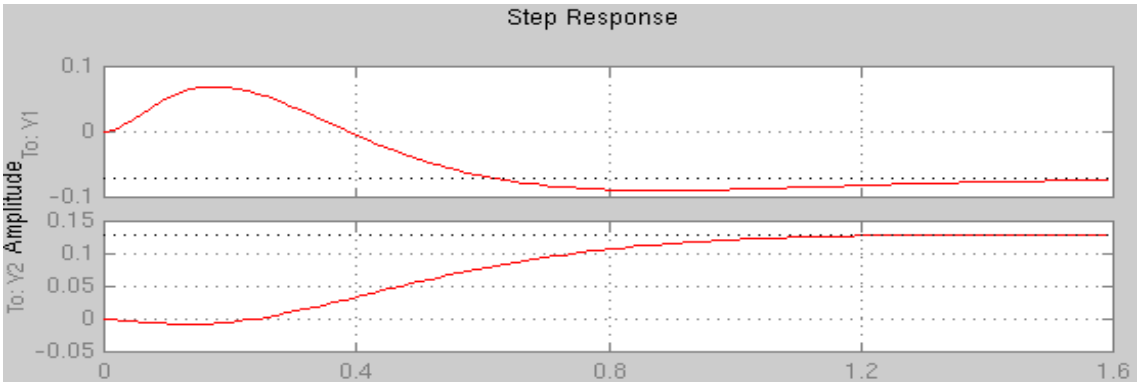
2.1 Analyse met de gegeven Q en R

De bekomen controller marix is dan $K = \begin{bmatrix} 97.540 & 114.912 & 9.428 & 10.685 \end{bmatrix}$. Uit de staprespons kunnen we interessante gegevens halen voor de tijdsdomein-analyse. Uit een pool-nulpunt grafiek en de impulsrespons halen we gegevens ivm. het frequentiedomein.

2.1.1 Analyse van het eenvoudigere systeem

Deze analyse kan volledig in matlab gebeuren mbv. het 'ltiview' commando. De stap respons voor een stap van 0.1 is te zien op figuur 1. Hieruit volgen de eigenschappen uit tabel 1.

[1] Deze benadering is enkel nodig als we in matlab willen werken met 'ss' (lineaire systemen), niet in Simulink.

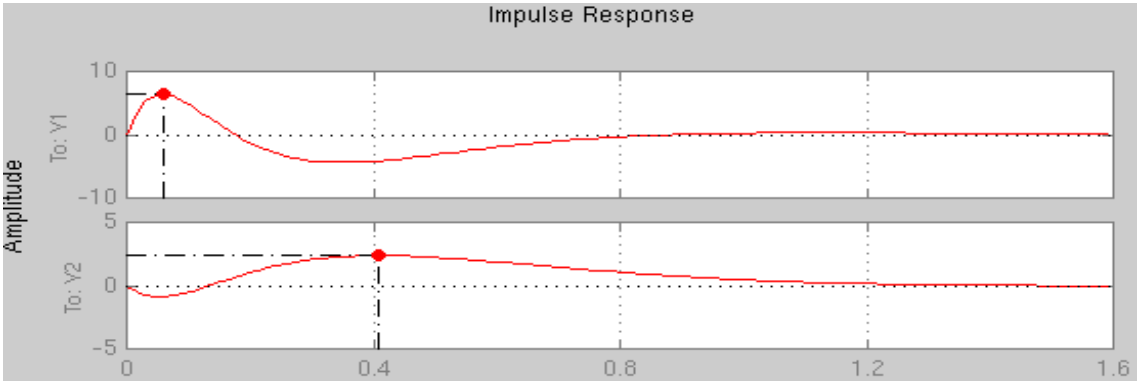


Figuur 1: De staprespons voor de gegeven R en Q.

	x	θ
overshoot	0.2m	0.0rad
settling time (2%)	1.64s	1.09s
rise time (10%-90%)	0.2s	0.6s
steady state value	-0.07m	0.13rad

Tabel 1: De eigenschappen van het systeem bij de gegeven Q en R

De impuls respons kunnen we zien op figuur 2, waarbij de piekrespons

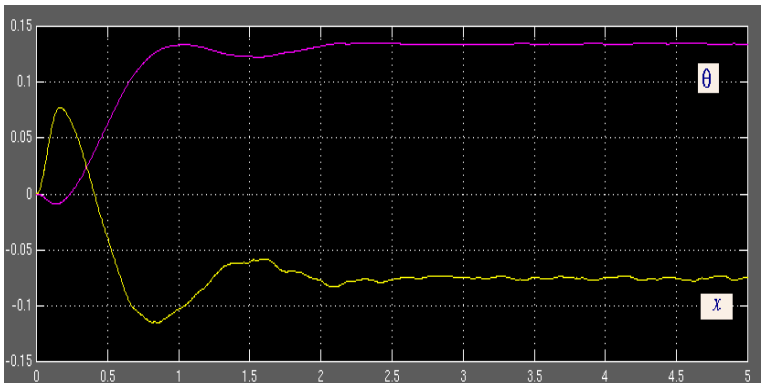


Figuur 2: De impulsrespons voor de gegeven Q en R.

voor x op tijdstip t=0.06s 6.43cm is. Voor θ ligt dit op t=0.41s met een waarde van 2.73rad. De polen van het het geslotenlussysteem zijn:$-3.65 \pm 2.43i; -8.05; -14.95$ De dominante polen $-3.65 \pm 2.43i$ bepalen in grote mate het gedrag van het systeem. Benaderen we dit systeem door een tweede orde systeem met $-3.65 \pm 2.43i$ als polen dan is de eigenfrequentie $\omega_n = 4.385 rad/s$ en de dempingsfactor $\xi = 0.832$.

2.1.2 Analyse van het complexere systeem

Deze analyse is het simpelst mbv. Simulink. De staprespons voor een stap van 0.1 bij de gegeven waard en van Q en R zien we in figuur 3.



Figuur 3: De staprespons voor een stap van 0.1.

Hieruit kunnen we eveneens enkele tijddomeinparameters gegeven in tabel 2 afleiden. Het blijkt dat dit systeem onstabiel wordt als we een wat grotere stap

	x	θ
overshoot	0.04 m	0.0 rad
settling time (2%),ruw	2s	2s
rise time (10%-90%),ruw	0.5s	0.9s
steady state value	-0.075 m	0.134 rad

Tabel 2: De eigenschappen van het complexere systeem bij gegeven Q en R.

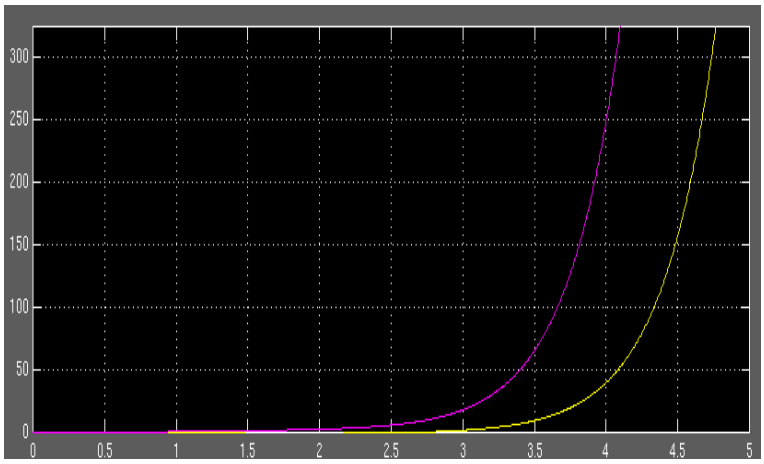
aanleggen zoals een stap van 0.4 (zie figuur 4):

2.2 Wijzigen van de parameters Q en R

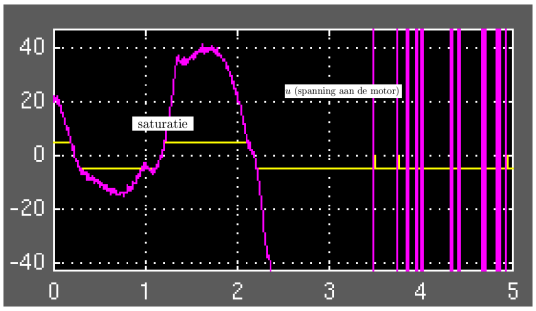
Door wat met de parameters Q en R te spelen kunnen we de eigenschappen van het geslotenlussysteem wat beïnvloeden.

2.2.1 Parameter R

Met de parameter R in de gebruikte minimisatievergelijking $J = \int (x^t Q x + u^t R u) dt$ geeft me aan welk belang men hecht aan *het klein maken van de aangelegde spanning u* respectievelijk tov. het *klein maken van de toestanden.* Als initiële waarde stond R=1 maar dit geeft problemen met de stabiliteit van het complexere systeem als we het systeem harder uit evenwicht brengen. Dit is vooral ten gevolge van de saturatie van de spanning u die aan het motortje gelegd wordt. Deze situatie wordt geïllustreerd in de figuur 5 waarbij een stap van 0.3 wordt aangelegd.



Figuur 4: Het complexere systeem wordt onstabiel bij eens stap van 0.4.



Figuur 5: De saturatie van de spanning aangelegd aan het motortje.

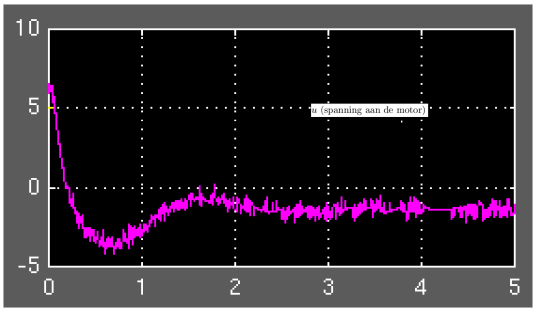
Maken we de waarde van de spanning u belangrijker in het minimalisatieproces door R=20 te kiezen, dan wordt de spanning onder die zelfde stap van 0.3 zoals op figuur 6.

Aangezien stabiliteit een basiseigenschap is van elk regelsysteem moeten we zeker de waarde van R voldoende groot kiezen. Te grote waarden van R hebben echter negatieve gevolgen voor de snelheid (settling time, rise time) van het systeem.

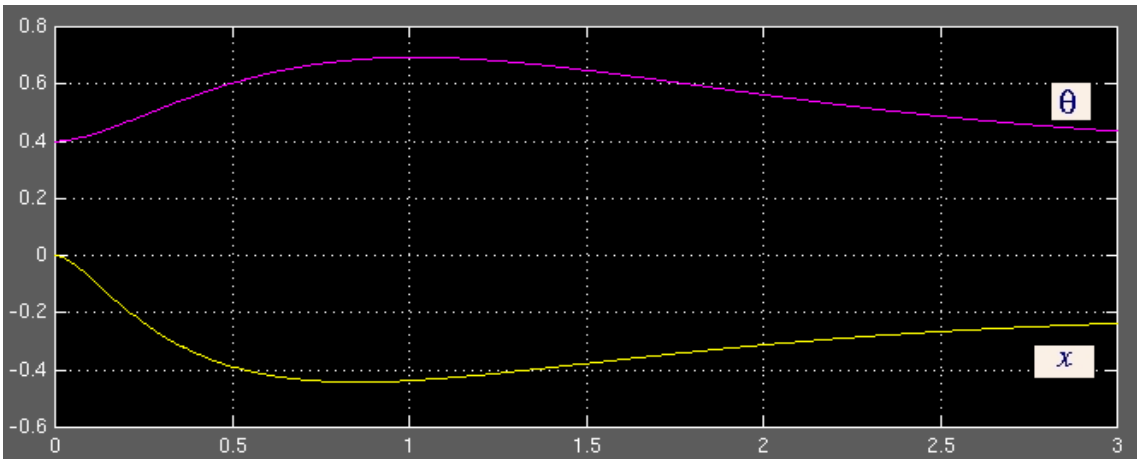
2.2.2 Parameter Q1 en Q2

Door Q1 en Q2 (relatief gezien) groot te kiezen wordt het belang van x respectievelijk θ in de gebruikte minimisatievergelijking $J = \int (x^t Q x + u^t R u) dt$ beklemtoond. Door voor Q1 en Q2een grotere waarde te nemen, wordt de steady state fout op x (respectievelijkθ) kleiner. Hier zijn echter de toestanden x en θ in steady state met elkaar verbonden door de evenwichtsvergelijking (8). Een grote steady state fout op θ geeft automatische een grote steady state fout op x. De parameters Q1 en Q2 wijzigen we dus tesamen en in dezelfde zin. Voor een begintoestand verschillend van nul, een $\theta_{desired} = 0.1rad$ en Q1=1 Q2=3 krijgt men figuur 7. De steady state fout is onaanvaardbaar groot. Voor dezelfde begintoestand, $\theta_{desired} = 0.1rad$ en Q1=1000 Q2=3000 krijgt men figuur 8.

Dit geeft een veel kleinere steady state fout. We kunnen natuurlijk niet straffeloos de waarden Q1 en Q2 vergroten anders zondigen we tegen *de wet*



Figuur 6: De spanning aangelegd aan het motortje verzadigd niet meer.



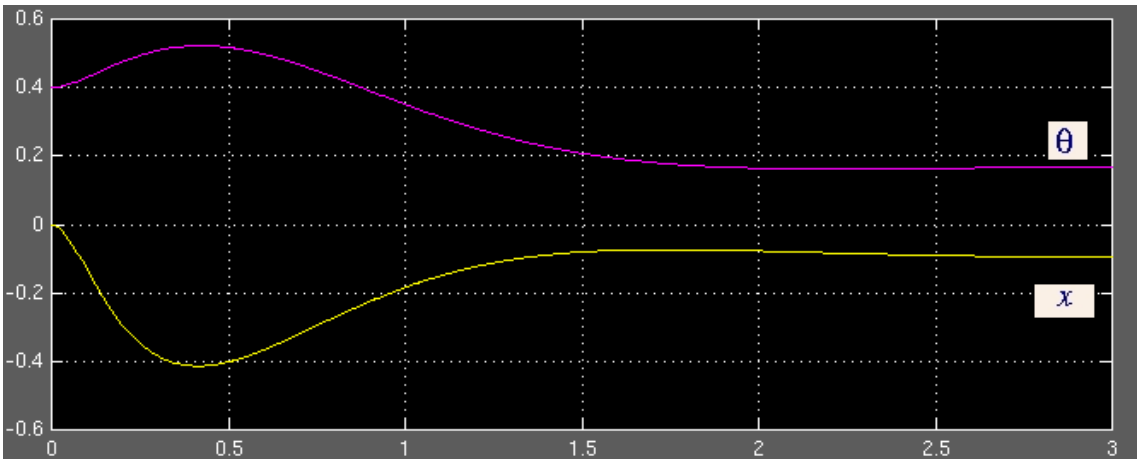
Figuur 7: Invloed voor kleine waarden van Q

van behoud van miserie. De waarden Q1 en Q2 beïnvloeden de ruisgevoeligheid van het systeem. In figuur 9 staat de spanning die we aan de motor aanleggen ifv. de tijd voor $\theta_{desired} = 0.1rad$ en Q1=1 Q2=3. Voor $\theta_{desired} = 0.1rad$ en Q1=1000 Q2=3000 wordt dit zoals op figuur 10. Voor dezelfde vermogenspectrale dichtheid van de ruisbron reageert het systeem met de grotere waarden van Q veel sneller op veranderingen. Voor een stap van $\theta_{desired} = 0.1rad$ gelden de cijfergegevens uit tabel 3:

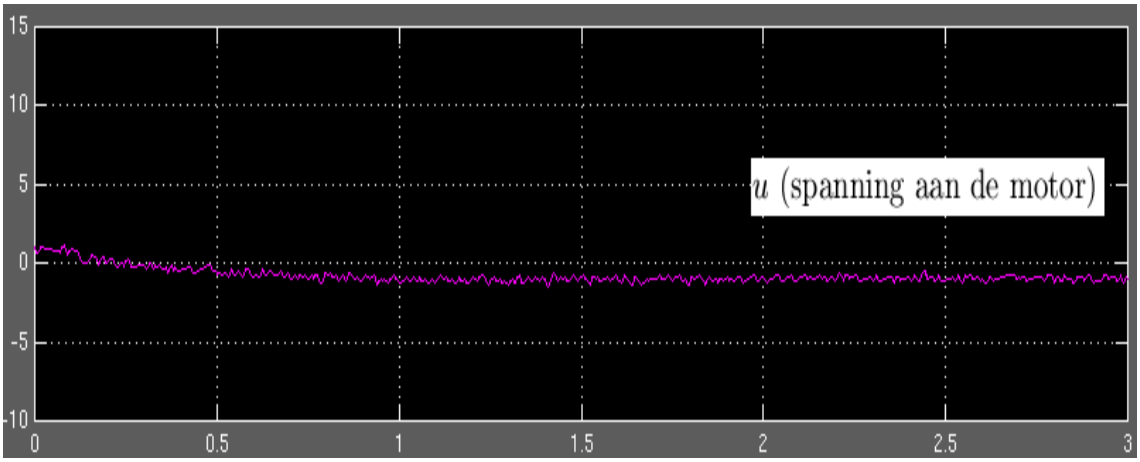
	Q1=1;Q2=3;R=1	Q1=1000;Q2=3000;R=1
overshoot van x	0.0 m	0.02 m
settling time (2%) van x	3.10s	1.49s
rise time (10%-90%) van x	1.64s	0.16s
steady state value van θ	0.33 rad	0.12 rad
dempingsfactor ξ obv. dominante polen	0.904	0.864

Tabel 3: Vergelijkende waarden voor grote en kleine waarden van Q.

De waarden van Q moeten dus gekozen worden zodat er een optimale tradeoff is tussen gevoeligheid en steady state fout.



Figuur 8: Invloed voor grotere waarden van Q



Figuur 9: Storingsgevoeligheid bij kleinere waarden van Q.

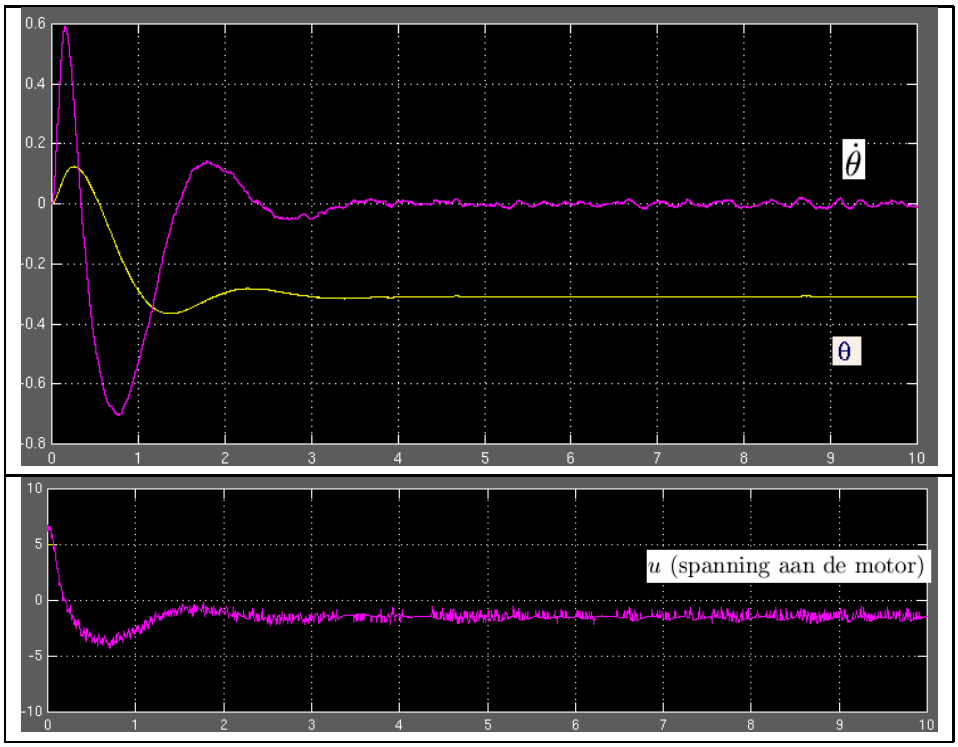
2.3 Invloed van niet lineaire componenten

2.3.1 Saturatie van de spanning u

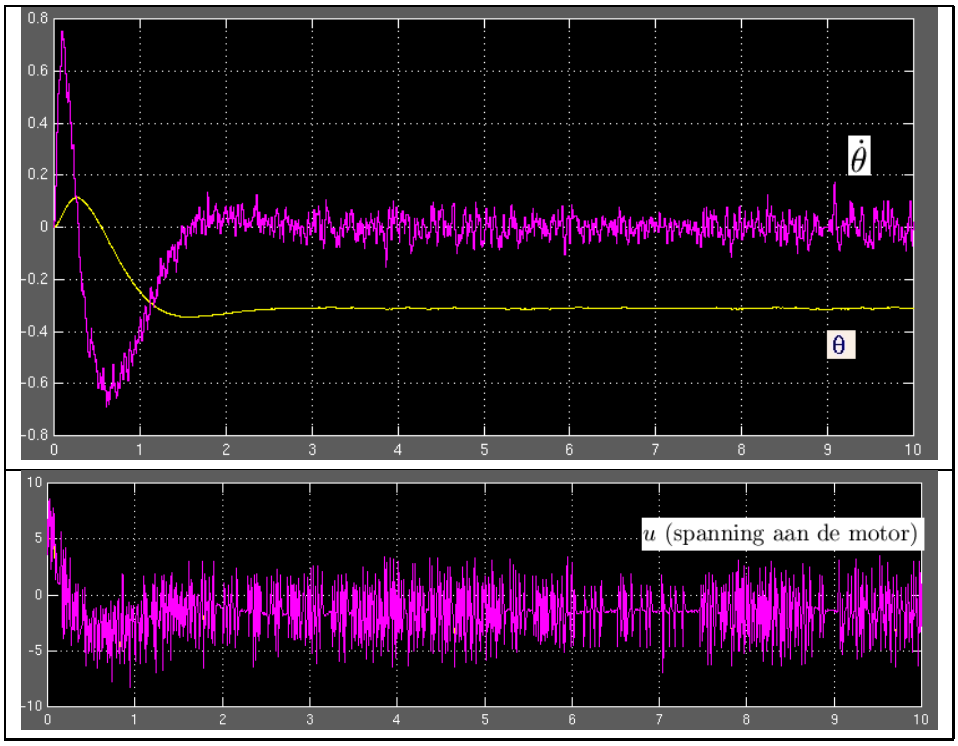
De aangelegde spanning aan de motor wordt gelimiteerd door de controller tot $\pm 5V$. Dit heeft gevolgen voor de stabiliteit. Dit wordt geïllustreerd in sectie 2.2.1. Door een gepaste waarde van R te kiezen zorgt men er voor dat de controller de spanning u tussen $\pm 5V$ houdt.

2.3.2 Laagdoorlaatfilter

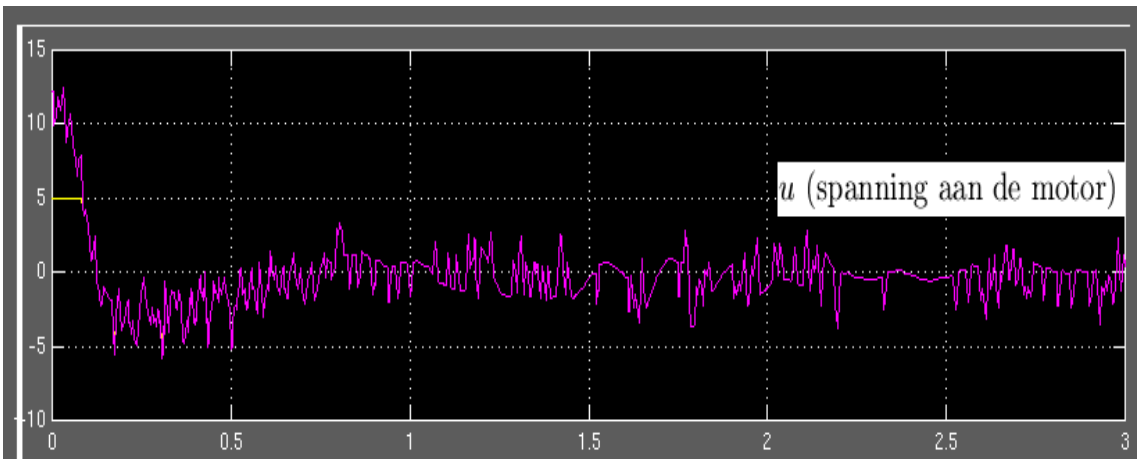
In het complexere schema wordt uit de metingen van x en θ de bijhorende $\dot{x}$ respectievelijk $\dot{\theta}$ gehaald en dit op basis van achterwaartse differenties. In de praktijk moeten x en θ eerst door een laagdoorlaatfilter gaan omdat deze techniek zeer ruisgevoelig is.
Voor Q1=1000;Q2=3000;R=20;$\theta_{desired} = 0.3rad$ en een afsnijfrequentie van $\omega_c = 2 * 2\pi$ rad worden $\theta, \dot{\theta}$ en u zoals in tabel 4. Terwijl dit voor Q1=1000; Q2=3000; R=20; $\theta_{desired} = 0.3rad$ en een afsnijfrequentie van $\omega_c = 20 * 2\pi$ rad wordt zoals in tabel 5. Besluit:$\omega_c$moet voldoende laag gekozen worden om de



Tabel 4: $\theta, \dot{\theta}$ en u bij een afsnijfrequentie van 2Hz



Tabel 5: $\theta, \dot{\theta}$ en de spanning u bij een afsnijfrequentie van 20Hz

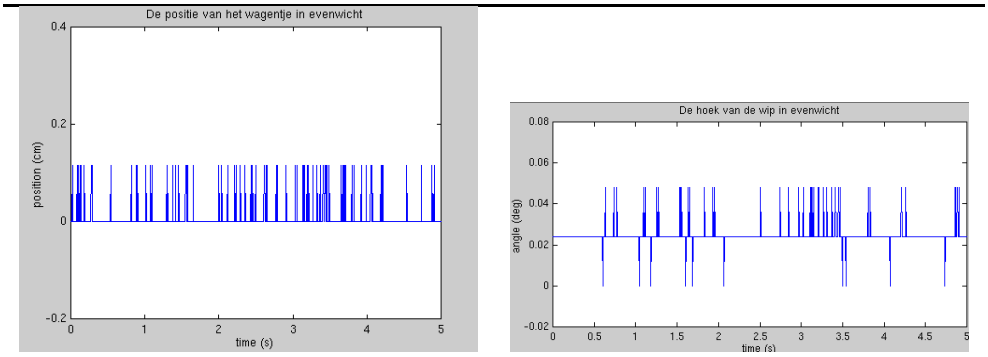


Figuur 10: Storingsgevoeligheid bij grotere waarden van Q.

ruisinvloed te verminderen. Een afsnijfrequentie van 2 Hz is een goede waarde.

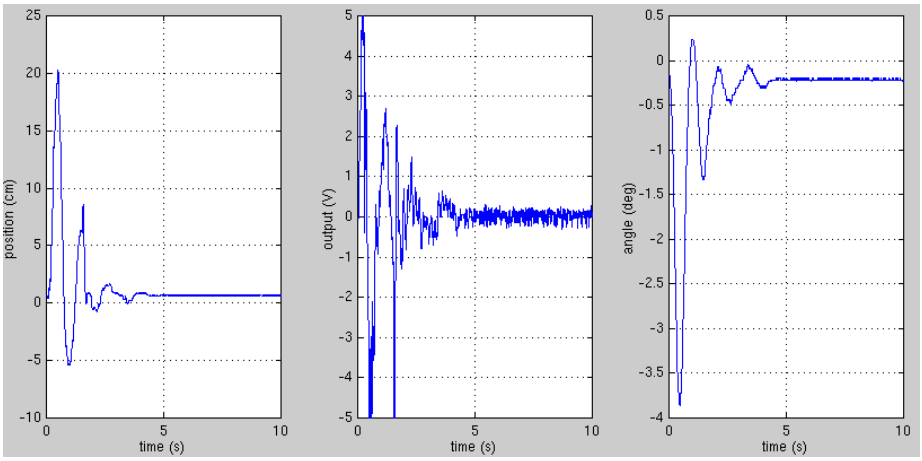
3 Resultaten van het praticum

We probeerden eerste de K-waarden horende bij R=20, Q1=1000, Q2=3000. Het systeem was stabiel maar de steady state error was te groot. Ook na herkalibratie was de steady state error te groot. Door de waarde van R=3 te kiezen konden we de steady state error wat verkleiner zonder verlies aan stabiliteit. Uiteindelijk bekwamen we de beste controller voor R=3, Q1=3000, Q2=9000. We denken dat deze controller nog wat beter kan getuned worden maar omwille van tijdsgebrek was dit niet meer mogelijk. De evenwichtssituatie wordt gegeven in figuur 6.



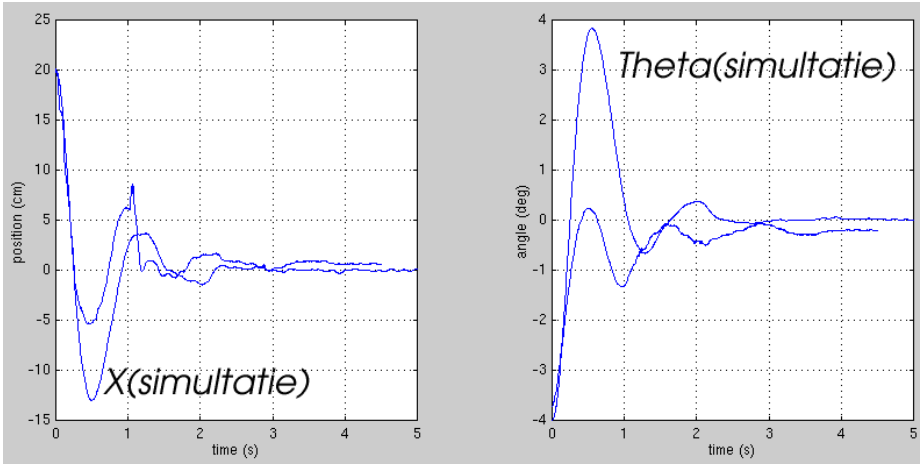
Tabel 6: De positie van het wagentje (links) en de hoek (rechts) bij evenwicht.

Bij een kleine tik tegen de wip reageerde het systeem zoals op figuur 11. We kunnen zien dat het systeem zich na een kleine 5sec gestabiliseerd heeft na enkele exponentieel afnemende slingerbewegingen.



Figuur 11: De reactie van het systeem bij een kleine tik.

Om het verband tussen de echte test en de simulatie na te gaan plotten we in figuur 12 de de positie van het wagentje, x, en de hoek van de wip, θ voor de *echte test* en de simulatie bovenop elkaar. We merken op dat de simulatie een grotere overshoot voorspelt. Op de figuur is ook duidelijk te zien dat de steady state error in de werkelijkheid slechter is dan de voorspelde waarde. We denken dat het *ceci n'est pas une pipe effect* een belangrijke oorzaak is voor deze verschillen.



Figuur 12: De simulatieplot is aangeduid, de *echte* plot is dan de andere.

4 Besluiten

We zijn erin geslaagd om een model op te stellen voor een reële toepassing via fysische modellering. Na linearisatie rond het evenwichtspunt hebben we een LQR controller gebouwd. Door de invloed van de verschillende parameters in het optimalisatieproces te bestuderen dmv. experimenten in Matlab en Simulink werden bruikbare K-waarde gevonden voor de controller. In het practicum werden deze K-waarden getoest aan en gecorrigeerd met de werkelijkheid.